JOHANNES KEPLER
UNIVERSITÄT LINZ | JKU

TNF
Technisch-Naturwissenschaftliche
Fakultät

Empirische Untersuchung von Textaufgaben zu linearen Gleichungen und Entwicklung eines interaktiven Lernpfades

DIPLOMARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Magistra rer. nat.

im Diplomstudium

LEHRAMT FÜR MATHEMATIK UND BIOLOGIE

Eingereicht von:
Povacz Katharina BEd

Angefertigt am:
Institut für Didaktik der Mathematik

Beurteilung:
Univ. Prof. DI Mag. Dr. Markus Hohenwarter

Linz, Mai 2011

Eidesstattliche Erklärung:

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt bzw. die wörtlich oder sinngemäß entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.
Außerdem habe ich die Reinschrift der Diplomarbeit einer Korrektur unterzogen und ein Belegexemplar verwahrt.

Linz, am ………………….. …………………………..

Unterschrift

KURZFASSUNG

Thema der Diplomarbeit

Empirische Untersuchung von Textaufgaben zu linearen Gleichungen und Entwicklung eines interaktiven Lernpfades.

Zielsetzung und Problemstellung

Aus wissenschaftlichen Studien ist abzuleiten, dass Textaufgaben im Vergleich zu numerischen Aufgaben um bis zu 30 % schlechter gelöst werden (vgl. Reusser 1997, S. 142). Ziel der vorliegenden Diplomarbeit ist die Untersuchung der Schwierigkeiten von Schülern beim Lösen von Textaufgaben zu linearen Gleichungen mittels einer Kleinfeldstudie in der 8. Schulstufe und die Entwicklung eines interaktiven Lernpfades als mögliche Unterstützung für Schüler beim Lösen von derartigen Aufgaben.

Durchführung

Um das Leistungsniveau der Schüler zu ermitteln und häufige Fehlerquellen aufzudecken, wurden drei Arbeitsblätter ausgegeben. Mit Hilfe des ersten Arbeitsblattes wurde die Fähigkeit der Schüler festgestellt, einer Arbeitsanweisung zu folgen und Gleichungen aufzustellen. Weiters wurde damit überprüft, ob das notwendige Vorwissen für die folgenden Beispiele vorhanden ist.

Das zweite Arbeitsblatt beinhaltet komplexere Aufgaben aus Schulbüchern der 7. Schulstufe. Anhand dieser Beispiele wurden die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben bereits erkennbar.

Die Aufgaben des dritten Arbeitsblattes wurden einerseits auf sprachlicher, andererseits auf numerischer Ebene so vereinfacht, dass es den Schülern möglich sein sollte die Beispiele ohne gravierende Probleme zu lösen. Diese Vereinfachung ging mit einer steigenden Erfolgsquote in der Lösbarkeit der Beispiele einher, vor allem die Adaptierung der Aufgaben auf sprachlicher Ebene verzeichnete einen starken Anstieg.

Im Anschluss wurden noch exemplarisch zwei Lehrerinterviews geführt, um einen Einblick zu erhalten inwieweit die Lehrperson und ihr Lehrverhalten einen Einfluss auf den Lernerfolg der Schüler haben.

Abschließend wird der entwickelte Lernpfad zum Thema ‚Textaufgaben zu linearen Gleichungen' und die darin enthaltenen interaktive Übungen vorgestellt.

ABSTRACT

Topic of the diploma thesis

Empirical investigation of linear word problems and the development of interactive learning materials.

Problems and goals of this study

Scientific studies suggest that in comparison to numeric exercises word problems have a 30 % lower success rate (Reusser 1997, p.142).

The aim of this diploma thesis is to investigate this phenomenon concerning word problems. Therefore, investigations in year 8 classrooms should reveal the performance level and problems of the pupils. Moreover, possibilities of supporting the pupils to overcome their difficulties in solving word problems should be developed by using interactive learning materials.

Experimental

To identify the performance level and most common errors of the pupils, 3 worksheets have been developed. The first worksheet should determine the pupils’ abilities of using equations for solving a mathematical problem and investigated the basic mathematical skills of pupils. The second worksheet contains more complex text book exercises of year 7. These more complex exercises should reveal common difficulties.

The final part tries to simplify the exercises either at the numeric or the linguistic level, to allow students to solve these problems with a higher success rate.

Moreover interviews with teachers should give an impression of every-day learning in classrooms and the planning of courses in order to reveal some effects on the success of solving mathematical challenges.

To provide support for pupils regarding word problems, interactive learning materials are presented which include various tutorials and problems at different difficulty levels.

VORWORT

„Man kann ein Pferd zur Tränke führen, aber man kann es nicht dazu zwingen zu trinken. Man kann einen Menschen an Wissen heranführen, aber man kann ihn nicht zwingen zu denken.“

(Terri Shinnaman zit. nach Roberts M. 2010, S. 13)

Ich möchte mich an dieser Stelle bei meinem Betreuungsprofessor Herrn Univ. Prof. DI Mag. Dr. Markus Hohenwarter für die investierte Zeit und Mühe bedanken. Ein weiterer besonderer Dank gebührt den hilfsbereiten Lehrkräften für die Interviews und tatkräftige Unterstützung meiner praktischen Untersuchung in den Schulen. Herrn Dr. Johannes Pögl, Lehrender an der Pädagogischen Hochschule, möchte ich an dieser Stelle für die interessanten Diskussionen, die gedanklichen Anregungen und für die zur Verfügung gestellte Literatur während meiner Arbeit danken. Weiters möchte ich mich bei meinen Eltern für die moralische und finanzielle Unterstützung während des Studiums bedanken.
Meinem Lebensgefährten Markus Kurzböck möchte ich hiermit meinen Dank aussprechen für die Entwicklung und Gestaltung des pädagogischen Agenten Flip, für das Korrekturlesen meiner Arbeit und für die immer wieder aufbauenden Worte in mühevollen und langwierigen Phasen meines Studiums.

INHALTSVERZEICHNIS

1 EINLEITUNG

Bereits in den Hochkulturen der Ägypter, Griechen und Römer sowie im Alten China und Indien fand man in Schriften und Rechenbüchern mathematische Textaufgaben. Diese Form des mathematischen Übens und Verstehens bildet auch heute noch einen Eckpfeiler des Mathematikunterrichts (vgl. Reusser 1989, S. 25). Die Mathematik und damit auch Textaufgaben begleiten die Schüler[1] in ihrer gesamten Schulzeit. Während Einige sich gerne mit dieser Form von Aufgaben auseinandersetzen, sind Textaufgaben für Andere eine gefürchtete Hürde in der Mathematik.

Die vorliegende Diplomarbeit ist dem Thema Textaufgaben, im Speziellen zu linearen Gleichungen, gewidmet und in drei Abschnitte gegliedert: einen theoretischen, einen experimentellen und einen konstruktiven Teil.
Im Kapitel ‚Theoretische Grundlagen‘ soll die Basis an theoretischem Wissen geschaffen werden, die es dem Leser ermöglicht, den folgenden Abschnitten ohne Probleme zu folgen. Für eine detailreichere Vertiefung zu einzelnen Kapiteln wird auf die zitierte Literatur verwiesen.
Im experimentellen Teil soll die folgende Fragestellung analysiert werden: ‚*Was sind Ursachen für die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben zu linearen Gleichungen bei Schülern der 8. Schulstufe und kann man mit adaptierten Beispielen Abhilfe schaffen?*‘
Der Versuch einer Ursachenklärung wird mittels qualitativen und quantitativen Forschungsmethoden betrieben. Abschließend erfolgt eine Reflexion der Untersuchungsergebnisse.
Der letzte Teil der Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung und technischen Realisierung eines interaktiven Lernpfades, der eine Lerngelegenheit für Schüler darstellen bzw. als Unterrichtsmaterial für Lehrkräfte dienen soll.

[1] Aus Gründen der leichteren Lesbarkeit wird in dieser Arbeit auf eine geschlechtsspezifische Differenzierung, wie z.B. SchülerInnen, verzichtet. Entsprechende Begriffe gelten im Sinne der Gleichbehandlung für beide Geschlechter.

2 PROBLEMSTELLUNG UND ZIELSETZUNG

Die Tatsache, dass Textaufgaben im Vergleich zu numerischen Aufgaben um ca. 30% schlechter gelöst werden, ist aus empirischen Untersuchungen bekannt (Reusser 1997, S. 142). Dabei scheint die Übersetzung einer Problemstellung in Textform in eine mathematische Gleichung ein schwerüberwindbares Hindernis darzustellen. Jedoch ist es keinesfalls einfach zu verstehen, welche Prozesse sich im Kopf der Lernenden abspielen, um Textaufgaben zu lösen, und wo die Schwierigkeiten dabei liegen (vgl. Reusser 1997, S. 142). Obige Feststellung stellt den Kernpunkt der Problemstellung dar. Von ihm ausgehend soll die Zielsetzung sein, Ursachen solcher Schwierigkeiten für Schüler zu finden sowie Wege und Möglichkeiten zu erforschen, diese Probleme durch gezielte Strategien zu minimieren. Es sollen weiters Gestaltungs- und Planungsmöglichkeiten für den Unterricht entwickelt werden, um Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben auszubalancieren. Hierbei kristallisieren sich vor allem die Entwicklung eines Lernpfades und die Ausarbeitung von Übungsmedien als mögliche Hilfsmittel heraus.

THEORETISCHE GRUNDLAGEN

3 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

3.1 Einleitung

Nach Weinert (1974, S.687) besteht die wichtigste Aufgabe der Schule und des Unterrichts darin,

> "(...) das Denken und das Lernen zu lehren, Problemlösestrategien zu vermitteln, die kognitiven Fähigkeiten der Schüler zu entwickeln und sie zu selbstständigem, kreativen Handeln zu ermutigen".

Demzufolge kann eine Aufgliederung in die anspruchsvollsten Unterrichtsziele erfolgen: Ein Schüler sollte lernen:

- ein Problem so aufzufassen, dass er es in eine richtige Lern- oder Denkaufgabe verwandeln kann,
- die für die Lösung des Problems notwendigen Operationen zu beherrschen,
- Fähigkeiten zu entwickeln, um seine Kenntnisse auch auf ähnliche Fragestellungen anwenden zu können und nach einem neuen Lösungsweg zu suchen, wenn sich die direkte Anwendung des früher Gelernten als unangemessen erweist (vgl. Weinert 1974, S. 689).

In den folgenden Abschnitten sollen ausgehend von einer Unterscheidung von Lernformen und der Betrachtung von lerntheoretischen Überzeugungen von Mathematiklehrkräften folgende mathematische Kompetenzen besprochen werden: Modellierung, Metakognition, Problemlösen und Lerntransfer sowie die zugrunde liegenden allgemeinen theoretischen Hintergründe für die Erreichung obiger Ziele. Im Anschluss beschäftigen sich die weiteren Abschnitte dieses Kapitels gezielt mit dem Thema Sachaufgaben und Textaufgaben. Nach einer allgemeinen Einführung in die Thematik der elementaren Algebra im Mathematikunterricht und im speziellen Sach- und Textaufgaben folgen Abschnitte, die sich mit der Lösung, den auftretenden Schwierigkeiten und den Fördermöglichkeiten im Bezug auf derartige Aufgaben beschäftigen.

3.2 Lernbegriff

> „Unter Lernen versteht man jede überdauernde Verhaltensänderung, die durch Übung oder Beobachtung entstanden ist“ (Bredenkamp & Bredenkamp 1978, S. 609).

Im Laufe eines Lehramts- oder Pädagogikstudiums begegnen jedem Studenten diverse Definitionen von Lernen und Lerntheorien: unter anderem Konditionierung, Lernen am Modell, Instrumentelles Lernen und viele mehr. Bei Lerntheorien handelt es sich um Modelle und Hypothesen, die versuchen, Lernen psychologisch zu beschreiben. Entwickelt und empirisch untersucht werden diese von der Lernpsychologie. Die folgende Aufzählung nach Edelmann (2000, S. 279) ist ein Beispiel für die Klassifikation der einzelnen Lernarten. Je nach Autor kann diese Klassifizierung etwas abweichen.
Edelmann (2000, S. 279) unterscheidet vier grundlegende Lernarten:

- Reiz-Reaktions-Lernen (klassische Konditionierung)
- Instrumentelles Lernen
- Begriffsbildung und Wissenserwerb
- Lernen von Handeln und Problemlösen

Es kann von einer dualistischen Lerntheorie ausgegangen werden, bei der für die Lernprozesse entweder die Außensteuerung durch Reize oder die Innensteuerung durch subjektive kognitive Strukturierungsprozesse eine ausschlaggebende Rolle spielen. Für das Reiz-Reaktions-Lernen und das instrumentelle Lernen, die in die Lerntheorie Behaviorismus einzugliedern sind, ist die Außensteuerung ausschlaggebend. Im Gegensatz dazu sind Begriffsbildung und Wissenserwerb sowie das Lernen von Handeln und Problemlösen innengesteuert, demnach in der Theorie, dem Konstruktivismus einzuordnen (vgl. Edelmann 2000, S. 280).
Im Folgenden werden zwei Gruppen von Lerntheorien kurz betrachtet, um die Grundlage für die nachfolgenden Lernformen zu gewährleisten.

3.3 Lerntheorien und Lernformen

3.3.1 Behaviorismus

Im Prinzip versucht der Behaviorist den Lernenden nach dem Vorbild einer Maschine zu verstehen, deren Funktionsweise nur aus dem Input (Reize) und dem Output (Reaktion) zu erschließen ist. Laut Behaviorismus funktioniert Lernen also nach einem Reiz-Reaktions-Schema (vgl. Stangl 2011a). Äußere Reize wie Belohnung oder Bestrafung steuern das Lernverhalten, somit wird Lernen als das Bilden von Gewohnheiten verstanden, bei dem es nur auf äußere Bedingungen und nicht auf innere ankommt.

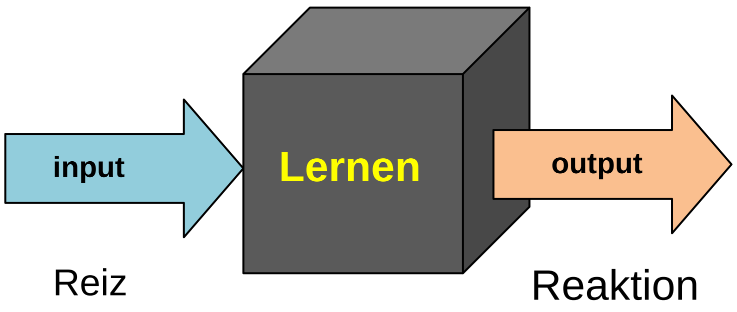


Abbildung 1: Graphische Darstellung des Reiz-Reaktions-Lernens.

3.3.2 Konstruktivismus

Der Konstruktivismus ist eng mit dem kognitiven Ansatz verbunden (Plassmann & Schmitt 2007) und kann als Spezialform der kognitiven Lerntheorien verstanden werden.
Die konstruktivistischen Ansätze gehen davon aus, dass Lernen ein dynamischer, intrapersoneller Konstruktionsprozess des selbsttätigen Individuums ist und behaupten, dass jeder Lerner eigene Werte, Überzeugungen, Muster und Vorerfahrungen einsetzt um zu lernen (vgl. Stangl 2011b). Wissen wird demnach nicht in den Lernenden transportiert, sondern in ihm konstruiert. Dies steht im Gegensatz zu behavioristischen Lerntheorien, in welchen der eher passive Lerner durch Umweltreize und durch steuerbare Stimuli zur Verhaltensänderung angehalten wird. Der Lernende braucht die Umwelt also lediglich als Anregung, jedoch gehen die wesentlichen Impulse zum Lösen eines Problems und dem Aufbau von Erkenntnis von ihm selber aus.
Was jemand unter bestimmten Bedingungen lernt, hängt somit stark, jedoch nicht ausschließlich, von dem Lernenden selbst und seinen Erfahrungen ab.

3.3.3 Lernen als Abbilden oder Konstruieren

> „Schon seit längerer Zeit werden in der Pädagogik bzw. Didaktik zwei grundsätzlich verschiedene Auffassungen des Lernens einander gegenübergestellt. Man kann sie als passiv-aufnehmende versus aktiv-entdeckende Lernauffassung bezeichnen, (…)“ (Malle 1993, S. 31).

Die beiden erwähnten Lernauffassungen berufen sich auf unterschiedliche psychologische Lerntheorien. Während die Vorstellung des passiv-aufnehmenden Lernens oder auch *Lernen als Abbilden* auf behavioristischen Lerntheorien zurückgreift, beruht aktiv-entdeckendes Lernen oder auch *Lernen als Konstruieren* auf konstruktivistischen Lerntheorien.

> „Beim ‚Lernen als Konstruieren' wird Wissen nicht als etwas betrachtet, das vom Lehrer zum Schüler überfließen kann, sondern als etwas, das der Schüler in Eigentätigkeit konstruiert. Der Lehrer versucht den Schüler in eine Auseinandersetzung mit dem Stoff zu bringen und macht gewisse Angebote" (Malle 1993, S.32).

Lernen als Konstruieren gibt im Gegensatz zum Lernen als Abbilden mehr Angebot zum eigenen Tun und zum Entdecken. Lernen ist demnach eine aktive, autonome Konstruktion von Wissen.

> „Diese Feststellung mündet unmittelbar in ein Plädoyer für eine stärkere Berücksichtigung schüleraktiver Arbeitsformen. Keine noch so gut aufbereitete Darstellung eines mathematischen Problems und keine Erklärung eines mathematischen Begriffs kann ausführliche Phasen ersetzen, in denen sich Schülerinnen und Schüler aktiv mit mathematischen Fragestellungen auseinander setzen. (…) Dabei tritt mit dem Freiraum der Selbstregulation auch die stärkere Selbstverantwortung für den eigenen Lernprozess hervor" (Leuders 2001, S. 78).

Mit diesem konstruktivistischen Hintergrund erhalten Erklären und Üben eine etwas andere Bedeutung: Erklären soll als Hilfestellung zur eigenständigen Wissensbildung betrachtet werden und Üben als Chance bisheriges erlerntes Wissen zu erproben, zu vertiefen und zu erweitern (vgl. Malle 1993, S. 33).

3.3.4 Lerntheoretische Überzeugungen von Mathematiklehrkräften

In den vorigen Kapiteln wurden Lerntheorien und Lernformen theoretisch besprochen. Noch nicht betrachtet wurde, welchen Einfluss obige Lernformen auf die Schülerleistungen im Unterricht ausüben. Dies führt zur folgenden Frage:

Können Variationen in den Schülerleistungen auf Unterschiede in der Unterrichtsgestaltung zurückgeführt werden und ergibt sich die unterschiedliche Unterrichtsgestaltung aus den verschiedenen lerntheoretischen Überzeugungen der Lehrkräfte?

Vorweg sollte angemerkt werden, dass Lehrerüberzeugungen nur einen Aspekt der Lehrerkompetenz darstellen und die professionelle Kompetenz von Lehrkräften als ein multidimensionales Konzept aufgefasst werden kann. Hilbert Meyer (2009, S. 14f) hat versucht die Kompetenzen, die einen guten Lehrer ausmachen, in einen Katalog zu 10 Merkmalen zusammenzufassen. Eine genauere Analyse dieser Merkmale würde hier aber zu weit führen und im Folgenden sollen nur die lerntheoretischen Überzeugungen und die daraus resultierenden Effekte erläutert werden.

Wie bereits erwähnt unterscheidet man grundsätzlich zwei sehr konträre Auffassungen von Lernen, die sich in zwei zugrunde liegenden Lerntheorien widerspiegeln. Zum einen das behavioristische Lernkonzept, bei dem die Lehrkräfte mathematisches Wissen eher als eine statische und unveränderbare Sammlung von algorithmischen Werkzeugen auffassen und davon überzeugt sind, dass Lernen ein Prozess des Wissens von der Lehrperson zum Lernenden ist, in welchem der Lernende eine eher passive Rolle einnimmt. Zum anderen das konstruktivistische Lernkonzept, bei dem Lehrkräfte mathematisches Wissen als eine subjektive Konstruktion verstehen und stärker problemorientierte Aspekte vertreten (vgl. Dubberke et al. 2008, S. 194).

Enggeführter, lehrerzentrierter Unterricht ist in der Unterrichtspraxis vorherrschend und weist laut Dubberke et al. (2008, S.194) auf einen Lehrer mit behavioristischen Überzeugungen hin. Auch die empirischen Studien von Peterson, Fennema, Carpenter & Loef (1989); Staub und Stern (2002) belegen den Einfluss auf den Lernerfolg der Schüler durch lerntheoretische Überzeugungen. Es hat sich zum Beispiel gezeigt, dass ein bedeutsamer Anteil der Variation in den Leistungszuwächsen des mathematischen Problemlösens durch Unterschiede in den Überzeugungen der Lehrkräfte erklärt werden kann (vgl. Staub & Stern 2002, S. 344ff).

Dubberke et al. (2008, S.195) zeigen weiters in ihrer Arbeit, welche Qualitätsmerkmale im Mathematikunterricht durch lerntheoretische - vor allem behavioristische Überzeugungen - beeinflusst werden und welche Effekte sich daraus ergeben. Danach gelten für den Mathematikunterricht drei Qualitätsmerkmale: effiziente Klassenführung, kognitive Aktivierung und konstruktive Unterstützung, die für die mathematischen Leistungen von Schülern bedeutsam sind. Unter effizienter Klassenführung versteht man einen störungspräventiven, geradlinigen und gut organisierten Stundenablauf. Kognitive Aktivierung bezieht sich auf Aspekte des Unterrichts, die aktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand stimulieren. Das Begleiten von Schülern bei Schwierigkeiten, das konstruktive Nutzen von Fehlern und die Wertschätzung gegenüber dem Lernenden bezeichnet man als konstruktive Unterstützung.

Dubberke et al. (2008, S. 203) können keinen Zusammenhang zwischen der Klassenführung und den lerntheoretischen Überzeugungen der Lehrkräfte ableiten. Jedoch gestalten Lehrer mit stark ausgeprägten behavioristischen Überzeugungen ihren Unterricht wenig kognitiv-herausfordernd und dies erweist sich als nachteilig für den Lernerfolg der Schüler. Ebenso zeigte sich, dass diese Lehrkräfte im Unterricht wenig herausfordernde und zur aktiven Auseinandersetzung mit den Lerngegenständen auffordernde Lerngelegenheiten bieten und dabei gleichzeitig eher fehlervermeidend als konstruktiv unterstützend vorgehen.

3.4 Mathematische Kompetenzen

Die österreichische Bundesregierung gibt gesetzliche Rahmenbedingungen in Form von Lehrinhalten vor, die es durch gezielten Unterricht von Lehrern zu erfüllen gilt. Durch die erst vor kurzem wieder aufgebrandete Diskussion zur Bildungsreform aufgrund der schlechten PISA-Ergebnisse kam es zur Entwicklung von Bildungsstandards, die die rechtlich festgelegten Bedingungen genauer beschreiben und wiederspiegeln. Die österreichischen Bildungsstandards sollen nun im Folgenden näher erläutert werden.

3.4.1 Bildungsstandards

Das Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur definiert Bildungsstandards wie folgt:

> „Bildungsstandards stellen ein wichtiges Instrument der Qualitätssicherung im Bildungsbereich dar. Sie legen jene Kompetenzen fest, die Schülerinnen und Schüler bis zum Ende einer bestimmten Schulstufe vorweisen sollen. Dabei handelt es sich um Fähigkeiten, Fertigkeiten und Haltungen, die für die weitere schulische und berufliche Bildung von zentraler Bedeutung sind“ (bm:ukk 2011a).

Bildungsstandards sind demnach ein Kompetenzenkatalog, den es als Schüler zu erwerben gilt. Heugl & Peschek (2007, S. 9) verstehen unter Kompetenzen längerfristig verfügbare kognitive Fähigkeiten, die vom Lernenden entwickelt werden und ihn befähigen, bestimmte Tätigkeiten in unterschiedlichen Situationen auszuüben, sowie die Bereitschaft, diese Fähigkeiten und Fertigkeiten einzusetzen.
In den Bildungsstandards sind diese Kompetenzen nicht nur allgemein formuliert, sondern für die Unterrichtsfächer Deutsch, Englisch, Mathematik sowie in den Naturwissenschaften detailliert angeführt. Für das hier im Zentrum stehende Fach Mathematik äußert sich die mathematische Schulbildung und deren Zielsetzung nach Siller (2008, S. 5) folgendermaßen:

> „Die in der Schule erlernbare mathematische Grundbildung umfasst somit die Fähigkeit, die Rolle zu erkennen die Mathematik in der Welt spielt, mathematisches Wissen funktional, flexibel, algorithmisch und mit Einsicht zur Bearbeitung vorhandener Probleme einzusetzen und begründete Urteile abzugeben“.

Mathematische Schulbildung soll demnach auf komplexe Problemstellungen im Alltag sowie im späteren Berufsleben vorbereiten und mathematische Zusammenhänge sichtbar machen.

Fokussiert auf die Problemstellung der Diplomarbeit, zeigt die folgende Graphik die mathematischen Kompetenzen, die Schüler nach der 8. Schulstufe erworben haben sollten, um sich adäquat mit mathematischen Inhalten auseinandersetzen zu können. Hierbei wird der anzustrebende Verbund von Kompetenzen sinnbildlich veranschaulicht:

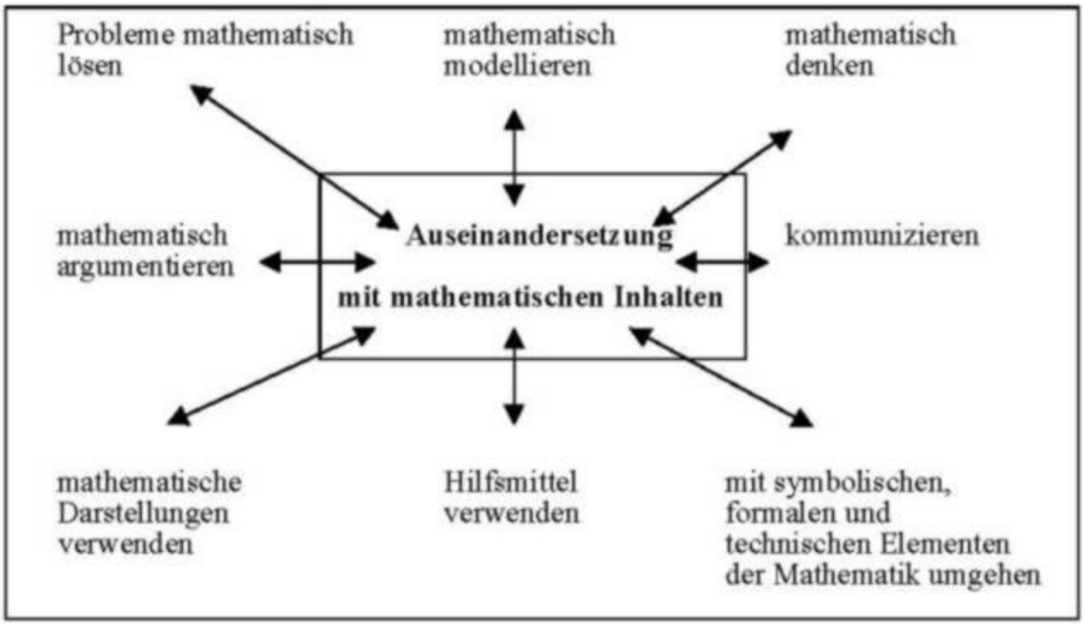


Abbildung 2: Mathematischer Kompetenzverbund (Bildungsoption 2011).

Aus obiger Graphik kann man die allgemeinen mathematischen Kompetenzen ablesen:

- Mathematisch argumentieren
- Probleme mathematisch lösen
- Mathematisch modellieren
- Mathematische Darstellungen verwenden
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- Kommunizieren (vgl. Hinrichs 2008, S. 3).

Mathematische Kompetenzen beziehen sich auf mathematische Tätigkeiten, auf mathematische Inhalte sowie auf die Art und Komplexität der erforderlichen Vernetzungen. Mathematische Kompetenzen kann man demzufolge in drei Dimensionen gliedern:

Die *Handlungsdimension* beschreibt auf welche Art von Tätigkeit sich die Kompetenz bezieht, also was getan wird. Die *Inhaltsdimension* schildert die Inhalte auf die sich die Kompetenz bezieht, also womit etwas getan wird. Die *Komplexitätsdimension* berücksichtigt die Art und den Grad der Vernetzung (Siller 2008, S. 5).

Graphisch dargestellt ergeben die drei Dimensionen ein anschauliches Kompetenzmodell:

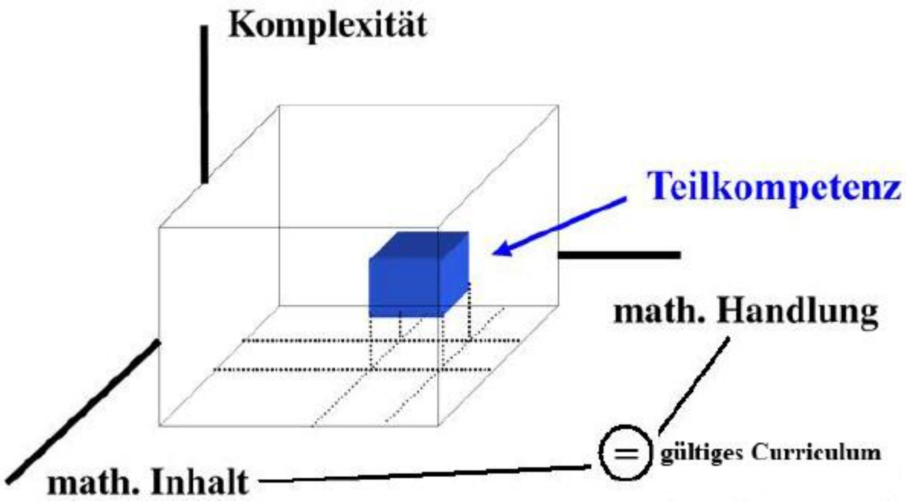


Abbildung 3: Das österreichische Kompetenzmodell (Siller 2008, S. 10).

Ausgehend von der obigen Veranschaulichung soll nun detaillierter auf die drei Dimensionen eingegangen werden. Die folgenden Beschreibungen zu den Bildungsstandards in Österreich von den Internetseiten des Bundesministeriums für Unterricht, Kunst und Kultur bzw. des BIFIE – Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens (bm:ukk 2011a; bifie 2011). Weiters werden die Dimensionen bei Siller (2008) und bei Heugl & Peschek (2007) beschrieben.

Die Handlungsdimension beinhaltet vier unterschiedliche Tätigkeitsbereiche.

1. <u>Darstellen und Modellieren</u>

   Unter *Darstellen* versteht man den Transfer von mathematischen Sachverhalten in mathematische Repräsentationsformen. Davon unterscheidet sich das *Modellbilden* dahingehend, dass weiters eine relevante Beziehung im mathematischen Sinn zu eruieren ist. Falls dies nicht möglich ist, werden Vereinfachungen und Idealisierungen vorgenommen oder Annahmen getroffen. Um dies zu bewerkstelligen werden einerseits die vorliegenden Zusammenhänge in die Sprache der Mathematik überführt, unterstützt von selbst angefertigten Zeichnungen und hilfreichen Figuren, andererseits aus bekannten Modellen Lösungswege entwickelt oder neue Modelle zum Bewältigen von mathematischen Herausforderungen konzipiert.

2. <u>Rechnen und Operieren</u>

   Der Begriff *Rechnen* ist gleichzusetzen mit der Durchführung elementarer Rechenoperationen mit konkreten Zahlen und kann umfassend als Umformung von verwendeten Symbolen zur Erfassung von mathematischen Sachverhalten beschrieben werden. Der verwandte Ausdruck des *Operieren*s bezeichnet die Planung und effiziente Umsetzung von Rechenabläufen. Als charakteristische Tätigkeit können weiters das Einbeziehen von Tabellen und Grafiken gesehen werden, die mit dem Umformen von Termen und Einsatz von konkreten Zahlen, zu Ergebnissen führen. Diese sollten im Endstadium auf ihre Richtigkeit abgeschätzt werden, eventuell gerundet werden um ihre sinnvolle Anwendung zu gewährleisten.

3. Interpretieren

   Die Deutung der Beziehungen von mathematischen Sachverhalten und das Erkennen von zusammenhängenden Fakten werden als *Interpretieren* bezeichnet. Hierbei kann es z.B. zur Deutung von tabellarischen Werten, mathematischen Sätzen und Begriffen, sowie von berechneten Rechenergebnissen kommen, die ebenfalls mit Worten beschrieben werden können.

4. Argumentieren

   Die Ergebnisse von Berechnungen werden durch *Argumentieren* mit korrekten Beziehungen und Entscheidungen untermauert. Hierfür wird das Wissen von mathematischen Regeln und der mathematischen Fachsprache vorausgesetzt. Vollzieht man eine Aneinanderkettung von mehreren Argumenten, die zu einer Schlussfolgerung führt, so bezeichnet man diesen Vorgang als *Begründen.* Es wird durch Herleiten und Beweisen von mathematischen Sätzen unterstützt und kann dadurch eine zutreffende oder nicht zutreffende Argumentation aufbauen.

Auf die Beschreibung der Inhaltsdimension wird hier nicht spezifisch eingegangen, da sie mit den fachlichen Inhalten des Lehrplans übereinstimmt.

Drei Anforderungsbereiche der Komplexitätsdimension werden bei den Bildungsstandards unterschieden:

1. Einsetzen von Grundkenntnissen

   Um mathematische Herausforderungen effizient zu lösen, muss man erlernte *Grundkenntnisse einsetzen*, indem man mathematische Verfahren, Terme und Begriffe korrekt wiedergibt und anwendet. Dabei kann nur auf reproduzierbares Wissen und Können, das mit der Aufgabe in Kontext gebracht werden kann, zurückgegriffen werden.

2. Herstellen von Verbindungen

   Das *Herstellen von Verbindungen* und das Knüpfen von Überschneidungspunkten sind erforderlich, wenn die Schwierigkeit und Komplexität einer Aufgabe, der des vorhandenen abrufbaren Vorwissens überlegen ist. Oft kommt es in diesem Fall zu einer Kombination und Umformung von Sätzen und Darstellungen, die erlauben, die Herausforderung trotzdem zu überwinden.

3. Reflektieren

   Kann aus den vorliegenden Sachverhalten nicht direkt ein Lösungsweg abgelesen werden, muss über ein weiteres Vorgehen nachgedacht werden. *Reflektieren* umfasst das Überlegen eines Alternativweges, der durch Abschätzung von Vor- und Nachteilen von mathematischen Modellen und Darstellungsformen beschritten werden kann, um die Aufgabe positiv zu lösen.

3.4.2 Kompetenz Modellieren

Ausgehend von den Bildungsstandards des österreichischen Ministeriums für Unterricht, Kunst und Kultur, die neben dem Rechnen, Argumentieren und Interpretieren, das Darstellen und Modellieren als wichtige Kompetenz von Schülern der 8. Schulstufe vorsieht, nimmt diese Fähigkeit bei Schülern für das Lösen von Textaufgaben eine zentrale Rolle ein. Um die Bedeutung und Wichtigkeit der Kompetenz Modellieren zu unterstreichen, beschäftigt sich dieser Abschnitt genauer mit diesem Thema.

Ein Modell ist ein Muster, ein Nachbild oder eine vereinfachte Darstellung eines realen Sachverhalts, das nur gewisse Teilaspekte der Situation berücksichtigt, was eine Untersuchung oder Forschung erleichtert oder eben erst möglich macht (vgl. Baumann & Pfeil 2008, S. 5).

> „Modelle stecken also nicht bereits in der Realität, sondern sie werden von uns mit ganz bestimmten Absichten konstruiert. Dieser Aspekt ist auch für den Unterricht von großer Bedeutung, da folglich nicht trennscharf zwischen ‚richtigen' und ‚falschen' Modellen unterschieden werden kann. Unterscheiden kann man hingegen zwischen ‚angemessenen' und ‚weniger angemessenen' Modellen, und zwar jeweils im Hinblick auf eine bestimmte Fragestellung“ (Hinrichs 2008, S. 9).

Im Zentrum jedes Modellierungsvorhabens stehen demnach die wechselseitigen Beziehungen zwischen der Mathematik und der Realität, so dass komplexe, bekannte und unbekannte Umweltsituationen durch das Anwenden von Mathematik erschlossen werden können (vgl. Baumann & Pfeil 2008, S. 7).

Es existieren in der Literatur diverse Veranschaulichungen von Modellierungskreisläufen bzw. Modellierungsprozessen, die sich mehr oder weniger unterscheiden.
Die folgende Abbildung zeigt einen schülergerechten Modellierungskreislauf (Blum 2006, S. 21, Abb. 6):

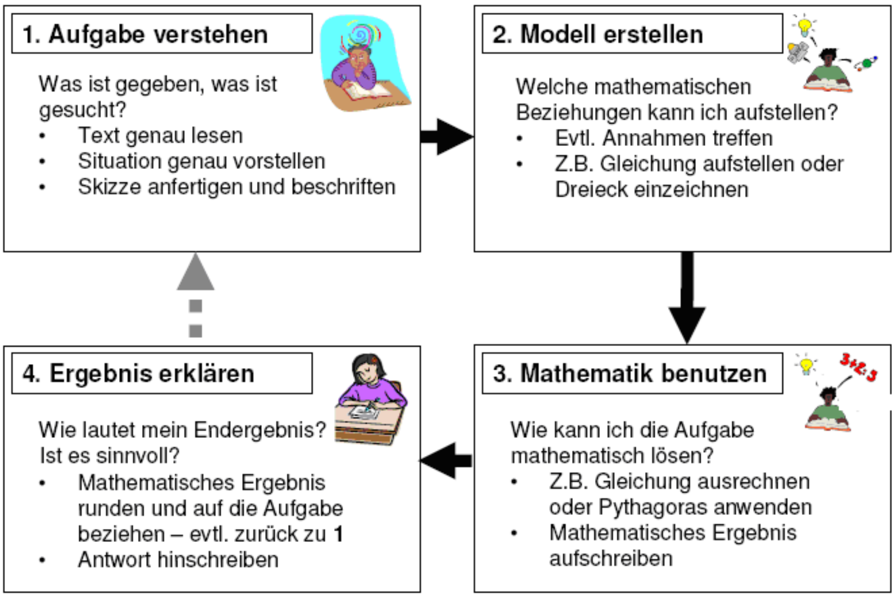


Abbildung 4: Modellierungskreislauf nach Blum (2006, S. 21).

Dieser Modellierungskreislauf ist sehr übersichtlich dargestellt und für Schüler fast selbsterklärend, dennoch sollte im Unterricht eine Erläuterung durch die Lehrkraft stattfinden bevor mit solch einem Schema gearbeitet wird. Wie bereits bei diesem Kreislauf zu erkennen ist, lassen sich bei allen Modellierungskreisläufen gewisse Phasen unterscheiden, die nicht immer strikt voneinander trennbar sind oder starr durchlaufen werden müssen. Grundsätzlich werden in einem Modellierungsprozess sieben Phasen unterschieden (vgl. Hinrichs 2008, S. 18ff):

1. Konstruieren/Verstehen: beinhaltet das Lesen und Verstehen der Aufgabe und die Entnahme der nötigen Informationen. Die Schüler sollen dabei eine Vorstellung der Situation entwickeln.
2. Vereinfachen/Strukturieren: bezeichnet die Trennung von unwichtigen von wichtigen Informationen. Gegebenenfalls erfolgt hier auch eine zusätzliche Datenbeschaffung. Weiters wird überprüft ob es Analogien oder Beziehungen zu bereits bearbeiteten Aufgaben gibt. In dieser Phase ist es wichtig Ideen zu entwickeln und kreativ zu sein.

3. Mathematisieren: Relevante Größen und Beziehungen werden mathematisiert unter Einsatz von bekannten mathematischen Werkzeugen. Die Darstellung muss nicht in algebraischer Form vorliegen, sie kann auch als Graph, Tabelle oder in sprachlicher Form erfolgen.
4. Mathematisch arbeiten: In dieser Phase erfolgt die eigentliche Berechnung der Aufgabe. Heuristische Strategien werden angewendet und es kann sowie in der vorhergehenden Phase auch zum Einsatz neuer Technologien kommen.
5. Interpretieren: bedeutet das mathematische Resultat auf die reale Situation zu beziehen, dabei muss auf Größen bzw. Einheiten geachtet werden und möglicherweise müssen für spezielle Situationen entwickelte Lösungen verallgemeinert werden.
6. Validieren: beinhaltet gefundene Lösungen kritisch zu reflektieren und, falls sie nicht angemessen sind, eine Wiederholung einzelner Teile des Modellierungskreislaufes durchzuführen. Hierzu zählt weiters, Überlegungen zu anderen Lösungswegen anzustellen und teilweise gegebene Modelle in Frage zu stellen. Falls ein Vergleich mit Messtabellen möglich ist, sollte er beim Validieren mit einbezogen werden.
7. Darlegen/Erklären: Diese Phase weist überwiegend didaktische Funktionen auf, die einerseits mit der Dokumentation von Ergebnissen verbunden ist und außerdem die Präsentation von Ergebnissen zum Ziel hat.

Nachdem nun die einzelnen Phasen des Modellierungskreislaufs vorgestellt wurden, sollen im Weiteren noch die Vorzüge von Modellierungsaufgaben besprochen werden.
Baumann & Pfeil (2008, S. 31) sehen nachstehende Punkte als nennenswerte Vorteile an:

- Umweltsituationen verstehen und bewältigen
- Kompetenzen zum Anwenden von Mathematik in bekannten und unbekannten, einfachen und komplexen Situationen
- Angemessenes Bild von Mathematik als Wissenschaft
- Bezüge zwischen Mathematik und Realität erkennen
- Kritische Beurteilung von Modellen
- Grenzen der Mathematisierbarkeit erfahren
- heuristische Strategien, Problemlöse- und Argumentationsfähigkeiten sowie kreatives Verhalten fördern
- Motivationssteigerung
- Verstehen und Behalten mathematischer Inhalte

Baumann & Pfeil (2008, S. 25ff) erwähnen neben den Vorzügen von Modellierungsaufgaben auch mögliche Fehlerquellen und bieten diverse Hilfestellungen für Schüler durch den Lehrer an. Eine ausführliche Darlegung dieser Thematik würde hier aber zu weit gehen. Für eine Vertiefung in diesem Gebiet verweise ich auf die gängige Literatur, vor allem Blum (2006), Greefrath (2006), Hinrichs (2008) und Maaß (2007) sind hier zu nennen und im Literaturverzeichnis zu finden.

Häufig wird in der Mathematikdidaktik der Begriff des Modellierens als allgemeine Bezeichnung für den gesamten Problemlöseprozess verwendet (vgl. Hinrichs 2008, S. 18), daher wird sich der nächste Unterabschnitt der vorliegenden Arbeit mit der Kompetenz des Problemlösens und dem Problemlöseprozess beschäftigen.

3.4.3 Kompetenz Problemlösen

Zur Erreichung von Zielen bzw. zur Lösung von Aufgaben setzen Menschen bewusst Handlungen ein. Beim planvollen Handeln wird das Ziel über den direkten Weg ohne Hindernisse erreicht. Beim Problemlösen handelt es sich um einen Sonderfall, bei dem das Ziel nicht auf direktem Wege erreichbar ist, da erst eine Barriere durch Problemlösen überwunden werden muss.
Problemsituationen können in zwei grundsätzlichen Punkten unterschieden werden: Es gibt klar definierte Probleme und unklar definierte Probleme (vgl. Simon zit. nach Mietzel 2007, S. 302):

> „Klar definierte Probleme sind dadurch gekennzeichnet, dass ein eindeutiges Ziel benannt wird und dass die für die Lösung relevanten Informationen vorliegen; es gibt nur eine richtige Antwort und eindeutige Kriterien, wenn sie gefunden ist“ (Mietzel 2007, S. 302).

Beispiele dafür sind mathematische Gleichungen.

> „Unklar definierte Probleme weisen Ziele auf, die sich nicht eindeutig bestimmen lassen“ (Mietzel 2007, S. 302).

Die Begriffe und Regeln zur Lösung sind nicht bestimmt und es herrscht hohe Unsicherheit über den Lösungsweg. Wie man an die Lösung eines Problems herangehen kann und welche Problemlöseverfahren zur Verfügung stehen, soll nachfolgend geklärt werden. Ein allgemeines Modell des Ablaufs eines Problemlöseprozesses wird in der Abbildung grafisch dargestellt:

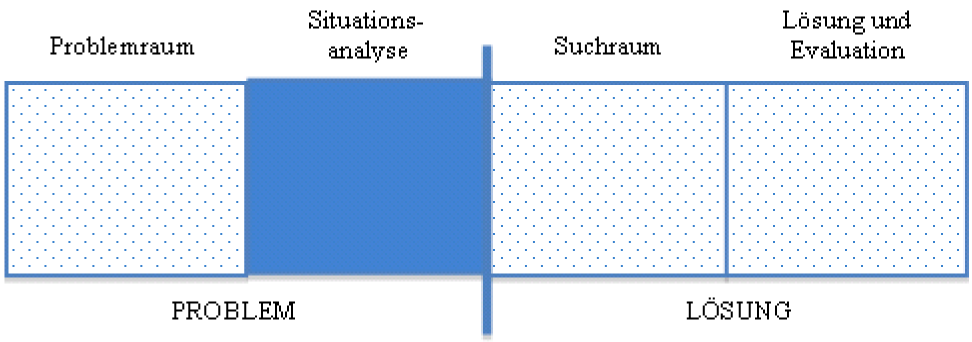


Abbildung 5: Der Problemlöseprozess (Edelmann 2000, S. 223).

Der Problemlösungsprozess als stufenweise Umstrukturierung gliedert sich in vier Teilbereiche: den Problemraum, die Situationsanalyse, den Suchraum und die Lösung/Evaluation. Problemraum und Situationsanalyse werden zusammenfassend als Problem bezeichnet, Suchraum und Lösung/Evaluation werden als Lösung bezeichnet (vgl. Edelmann 2000, S. 223).

Der *Problemraum* beinhaltet die innere Repräsentation der Problemsituation. Diese werden durch Selektions- und Interpretationsprozesse individuell unterschiedlich abgebildet. Ist der Problemraum sehr unübersichtlich, so kann es zu einem Ausscheiden aus dem begonnen Lösungsprozess kommen. Das heißt, fühlt sich eine Person mit dem Problem überfordert, zum Beispiel mit einer Textaufgabe, beendet sie den Löseprozess ohne überhaupt mit einem Versuch, die Aufgabe zu bewältigen, angefangen zu haben. Durch Beschaffung von zusätzlichem Wissen (neue Information, Hinzuziehung von Fachleuten) kann das Problem jedoch in eine lösbare Aufgabe umgewandelt werden (vgl. Edelmann 2000, S. 223).

Als zweiter Schritt innerhalb des Prozesses ist die *Situationsanalyse* zu betrachten. Ziel dieser ist es, ein schlecht definiertes Problem in ein wohl definiertes Problem umzustrukturieren. Die wichtigsten Komponenten des Problemraums – das Ziel und die Barriere – werden hier untersucht (Duncker zitiert nach Edelmann 2000, S. 223).

Der Lösungsbereich besteht einerseits aus dem *Suchraum*, welcher aus der Verbindung von Merkmalen der Problemsituation mit den Handlungsmöglichkeiten des Problemlösers entsteht. Die Lösungssuche kann sich in diesem Bereich unterschiedlich gestalten. Möglichkeiten für die Lösung von Problemen werden als Problemlöseverfahren (Heurismen) bezeichnet. Edelmann unterscheidet fünf Formen des problemlösenden Denkens (Problemlösetheorien).

Problemlösen durch (vgl. Edelmann 2000, S. 211):

- Versuch und Irrtum
- Umstrukturieren
- Anwendung von Strategien
- Kreativität
- Systemdenken

Der letzte Teilbereich umfasst die *Lösung und Evaluation*. Sobald eine Lösung gefunden wurde, kann es zu einer Evaluation kommen. Wenn ein Lösungsschema erkannt wird, kann dieses auch bei ähnlichen Problemen eingesetzt werden (vgl. Edelmann, S. 224).

Um Kompetenzen wie Modellieren oder Problemlösen gezielt einzusetzen, zu verstehen und steuern zu können, bedarf es weiterer Strategien. Eine derartige Strategie zur Befähigung der Steuerung eigener Lernprozesse nennt man Metakognition und wird im Folgenden genauer erläutert.

3.4.4 Metakognition

Metakognition ist eine Grundqualifikation zur Durchführung von Lernprozessen, eine Schlüsselkompetenz für Lernen und folglich von besonderer Bedeutung für den Unterricht. Unter Metakognition versteht man ‚das Denken über das eigene Denken' sowie die Steuerung des eigenen Denkens. Daher gehört zur Metakognition die Tätigkeit des Planens, Überwachens und Prüfens vor, während und nach einer Aufgabenbearbeitung (vgl. Hinrichs 2008, S. 55).
Beim Lösen von Problemen zeigt sich die Effektivität von metakognitiven Kompetenzen. Während Anfänger (haben keine oder geringe metakognitive Kompetenzen) meist relativ planlos experimentieren und dementsprechend schnell aufgeben, falls nach einiger Zeit nicht der erwartete Erfolg eintritt, kommen Experten (nutzen metakognitive Kompetenzen in hohem Maße) mit gleichem oder auch geringerem Fachwissen zu einer Lösung (vgl. Hinrichs 2008, S. 56).

3.4.5 Lerntransfer

Es wäre wünschenswert, wenn Schüler das in der Schule Gelernte auf Aufgaben in ihrem Alltagsleben übertragen könnten, denn *nicht für die Schule, sondern für das Leben lernen wir* (vgl. Weinert 1974, S.687).

Leider stellt sich diese Übertragung häufig als schwierig heraus. Während das Lösen von mathematischen Algorithmen meist keine Schwierigkeiten darstellt, können oft dieselben einfachen Berechnungen, verpackt in Textaufgaben oder realitätsbezogene Aufgaben, nicht gelöst werden. Den Schülern gelingt es also häufig nicht ihre Mathematikkenntnisse zur Lösung eines Problems im alltäglichen Leben zu nutzen. Diese Übertragung von Wissen bezeichnen wir auch als Transfer:

> "Wenn früher Gelerntes nachweisbaren Einfluss auf späteres Lernen oder Verhalten ausübt, spricht man von Transfer oder von einer Lernübertragung" (Mietzel 1998, S.311).
>
> "Transfer ist der Prozess durch den die Anwendung von Wissen auf neue Situationen erfolgt" (Greeno zit. nach Mietzel 1998, S.311).

Mit Lerntransfer wird demnach der Einfluss von vorausgegangenem Lernen auf späteres Lernen bezeichnet. Gagné (1973, S.190) schreibt dazu:

„eine der wesentlichsten Voraussetzungen für Transfer ist Lernen“.

Dieser Satz bringt uns zu Weinerts (1974, S. 702ff.) Unterscheidung von spezifischem und unspezifischem Transfer.

Als spezifischer Transfer wird der positive Effekt bezeichnet, der auftritt, wenn vorausgehendes Gelerntes spätere Lernschritte innerhalb einer Lernsequenz erleichtert. Der positive Transfereffekt ist also abhängig von der Art und Anzahl der verfügbaren Lernvoraussetzungen, diese entscheiden, wie schnell und erfolgreich neue Aufgaben und Beispiele gelöst werden können.

Es findet neben dem spezifischen Transfer auch der unspezifische Transfer statt, der sich dadurch charakterisiert, auch die Verallgemeinerung und Anwendung bestimmter Lernerfahrungen zu berücksichtigen. Es geht dabei um das so genannte ‚Lernen zu lernen‘. Der unspezifische Transfer lässt sich schwieriger begünstigen, ausschlaggebend dabei ist die kognitive Fähigkeit des Lernenden (vgl. Weinert 1974, S.702ff.).

Ein weiterer Punkt, der im Zusammenhang mit Transfer zu berücksichtigen ist, sind die drei Elemente, die Lernübertragung bedingen (vgl. Mietzel 1998, S.313ff.):

1. <u>Merkmale des Lernenden:</u> Die Lernübertragung hängt vom vorhandenen Wissen, von den zur Verfügung stehenden Strategien und von der Verarbeitungskapazität des Lernenden ab. Weiters ist der Erfolg dadurch bestimmt, ob der Schüler die notwendige Motivation zur Lösung der vorliegenden Problemsituation mitbringt und dieses lösungsrelevante Wissen in Anspruch nimmt.

2. Merkmale der vorgefundenen Aufgaben: Der Transfer ist abhängig vom Grad der Ähnlichkeit der Aufgaben, und weiters muss der Lernende diese Ähnlichkeit erkennen. Schüler, die mit dem Lernstoff nicht sehr vertraut sind, erfassen oft nur oberflächliche Merkmale, während Spezialisten zugrunde liegende Ähnlichkeiten erfassen.
3. Kontext, in den die Aufgaben eingebunden sind:
   Lernende können sich leichter an Lerninhalte in Räumlichkeiten erinnern, in denen sie erlernt wurden. Man steht diesen Problemen bereits gegenüber, wenn man Aufgaben auf außerschulische Situationen überträgt. Das Loslösen des Kontextes von der umgebenden Umwelt, um vorhandenes Wissen in verschiedenen Situationen anwenden zu können, wird zu einem wichtigen Ziel für erfolgreiche Lernübertragung.

3.5 Mathematikunterricht und elementare Algebra

Algebra ist ein Teilgebiet der Mathematik, der Name leitet sich ursprünglich vom Titel eines Buches ab, dass ungefähr um das Jahr 825 nach Christus von dem arabischen Gelehrten Al-Khwarizmi geschrieben wurde (vgl. Achleitner et al. 2007, S. 62).
Im Laufe der Geschichte hat sich die Algebra so stark erweitert, dass man sie in der Zwischenzeit in nicht strikt voneinander trennbare Teilgebiete unterteilt, wie etwa die elementare Algebra, die lineare Algebra, die abstrakte Algebra oder die Computer-Algebra um nur einige zu nennen. Die elementare Algebra ist der Teil der Algebra, der einen beachtlichen Anteil der Schulmathematik ausmacht. Salopp ausgedrückt verwendet die elementare Algebra Zahlen und Buchstaben zum Beschreiben von mathematischen Zusammenhängen. Genauer umfasst sie die Rechenregeln der natürlichen, ganzen, gebrochenen und reellen Zahlen, den Umgang mit Ausdrücken, die Variablen enthalten, und Wege zur Lösung einfacher algebraischer Gleichungen (vgl. Wikipedia 2011a). Tagtäglich benutzen Schüler die elementare Algebra zum Berechnen von zunächst unbekannten Größen. Mithilfe von Zahlen, Variablen und Operationszeichen werden Problemstellungen in eine Gleichung übersetzt und so lösbar gemacht.
Im Unterricht aus elementarer Algebra eröffnet sich somit ein breites Spektrum an Tätigkeiten, die zur Erreichung diverser Ziele und Kompetenzen herangezogen werden können. Das Aufstellen und Umformen von Formeln, Einsetzen von Zahlen und numerische Berechnungen von Größen, Interpretieren von Formeln, Herauslesen von Zusammenhängen, graphisches Darstellen und das Adaptieren einer Formel für bestimmte Zwecke können derartige Tätigkeiten im Algebraunterricht sein (vgl. Malle 1993, S. 9).

Im Zentrum all dieser Handlungen steht die Formel. Man stellt eine Formel auf um einen Sachverhalt bzw. verschiedene Zusammenhänge allgemein darzustellen und bedient sich dabei unterschiedlicher Variablen. Die Darstellung eines Sachverhaltes wird im Allgemeinen durchgeführt um bestimmte Ziele zu erreichen. Solche grundlegende Lernziele im Unterricht aus elementarer Algebra sind das Problemlösen, das Kommunizieren, das Argumentieren und das Explorieren (vgl. Malle 1993, S. 10).

Laut Malle (1993, S. 4) wies jedoch der Unterricht aus elementarer Algebra bereits in den 1990er Jahren beträchtliche Mängel auf. Der mehrjährige Unterricht in Algebra bewirke wenig, ehemalige Schüler könnten nicht einmal einfache Terme übersetzen. Malle geht sogar davon aus, dass die Hälfte aller Schulabgänger Schwierigkeiten beim Umgang mit Variablen hat und bestärkt diese Aussage mit einigen Studien.
Erstaunlich ist allerdings die Tatsache, dass im Mathematikunterricht in der Arbeit mit Variablen eine sehr hohe Komplexität erreicht wird. Es werden umfangreiche Terme umgewandelt und vereinfacht sowie komplexe Gleichungen und Ungleichungen behandelt.
Den Umstand, dass bei Schulabgängern trotzdem derartige Probleme in der elementaren Algebra auftauchen, kann als *Learning without understanding* ausgelegt werden. Folglich bleibt also Einfaches und Grundsätzliches oft unverstanden, wie zum Beispiel das Aufstellen und Interpretieren von einfachen Formeln (vgl. Malle 1993, S. 5).
Das Lösen von Textaufgaben benötigt meistens auch die Fähigkeit des Lernenden, eine Formel bzw. eine Gleichung aufzustellen und zu lösen. Das Faktum, dass dabei Probleme und Schwierigkeiten entstehen, ist bekannt und wird in dieser Arbeit im Unterabschnitt ‚Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben' näher erläutert werden. Zuvor sollte jedoch geklärt werden, was sich hinter den Begriffen ‚Aufgabe', ‚Sachrechnen' und ‚Textaufgaben' eigentlich verbirgt und wie derartige Aufgaben gelöst werden können.

3.6 Aufgaben – Instrumente für den Unterricht

Das zentrale Charakteristikum im Mathematikunterricht ist die Aufgabe. Aufgaben haben im Schulalltag vielschichtige Bedeutungen, auf die im Folgenden ein Blick geworfen werden soll.
Laut Leuders (2001, S. 94f) gliedern Aufgaben den thematischen Verlauf des Unterrichts in Form von Einstiegs-, Übungs- und Anwendungsaufgaben. Weiters stellen Aufgaben ein ideales Instrument für die Leistungsfeststellung dar und das normative Instrument der Qualitätssicherung durch die Schulbehörde wie beispielsweise in der geplanten standardisierten Reifeprüfung in Österreich.

Durch Aufgaben lassen sich demnach Unterrichtsprozesse effizient steuern, Unterrichtsqualität lässt sich über Aufgabenbeispiele kommunizieren und durch gute Aufgaben kann die Qualitätsentwicklung gefördert werden (vgl. Leuders 2001, S.95).
Jedoch ist zu beachten, dass sich das Potenzial einer Aufgabe erst im methodischen Umgang mit ihr entfaltet. Daher können die Intention einer Aufgabe und das, was die individuelle Praxis aus ihr macht, weit auseinanderklaffen. Mathematikaufgaben befördern die Unterrichtqualität also nur, wenn einige Nebenbedingungen erfüllt sind.
Leuders (2001, S. 98) meint in diesem Zusammenhang:

> „Die Aufgaben müssen pragmatisch sein, d.h. unter realen Bedingungen im Schulalltag umsetzbar sein. Die Aufgaben müssen verfügbar sein, d.h. es muss leicht zugänglich Materialiensammlungen geben (…). Die Aufgaben müssen methodisch ‚unterfüttert' sein, d.h. die reine Aufgabenstellung wird erst produktiv, wenn der unterrichtliche Umgang mit ihr beschrieben wird (…). Der Unterricht muss Freiräume für das Einbeziehen komplexer Problemstellungen und die Nutzung von zeitintensiveren Arbeitsformen bereithalten".

Aufgaben mit Realitätsbezug gewinnen zunehmend an Bedeutung, da sie Schüler mit Situationen aus dem Alltag konfrontieren und somit motivierend und Interesse erweckend wirken können.
Man kann verschiedene Arten von Realitätsbezügen unterscheiden (vgl. Hinrichs 2008, S. 4):

- eingekleidete mathematische Probleme, bei denen mathematische Begriffe in Anwendungskontexte eingekleidet werden, wie bei Textaufgaben in denen lediglich verlangt wird, die Zusammenhänge aus dem Text in eine mathematische Gleichung zu übersetzen,
- Veranschaulichungen mathematischer Begriffe, wie negative Temperatur für negative Zahlen,
- Anwendungen mathematischer Standardverfahren zur Lösung realer Probleme wie Verpackungsoptimierungen,
- Modellierungen, bei denen es sich um komplexe Problemlöseprozesse handelt, die die Beziehung zwischen Realität und Modell bewusst machen.

Es gibt diverse Befürworter von realitätsbezogenen Aufgaben, die sich in diesem Zusammenhang aber von und für Modellierungen aussprechen, hingegen eingekleidete Aufgaben aufgrund ihres *Pseudorealitätsbezuges* ablehnen.

Man kann und soll im Mathematikunterricht aber nicht auf eingekleidete Aufgaben verzichten, da Schüler daran die wechselseitige Übersetzung von Text und mathematischen Darstellungsebenen trainieren können. Es ist jedoch notwendig, nicht den Eindruck zu erwecken, dass die Situation realistisch mathematisiert ist und somit die Einkleidung bewusst zu machen (vgl. Hinrichs 2008, S. 5).
Im Folgenden wird auf die klassischen eingekleideten Aufgaben intensiver eingegangen.

3.7 Sachrechnen und Textaufgaben

Der Begriff Sachrechnen ist missverständlich: Zu nahe liegt die Vorstellung, es handle sich dabei in erster Linie um ein Rechnen mit Sachen, also rein um ein Kalkül. Tatsächlich ist der Aspekt des Rechnens ein Aspekt des Sachrechnens, aber keineswegs der Wichtigste.
Der entscheidende Punkt und meist auch die Hauptfehlerquelle beim Sachrechnen ist der komplexe Prozess der mathematischen Modellbildung, der darin besteht, eine Sachsituation mit mathematischen Mitteln zu rekonstruieren und dabei die wechselseitigen Beziehungen zwischen Wirklichkeitsausschnitt und mathematischen Begrifflichkeiten im Auge zu haben (vgl. Kindinger et al. 2005, S. 30).
Strehl (1979, S. 24) definiert daher den Begriff des Sachrechnens folgendermaßen:

> „Sachrechnen ist Anwendung von Mathematik auf vorgegebene Sachprobleme und Mathematisierung konkreter Erfahrungen und Sachzusammenhänge vorwiegend unter numerischem Aspekt."

Modellieren ist demnach ein sehr wichtiger Gesichtspunkt des Sachrechnens. Jedoch geht Sachrechnen weit darüber hinaus und beinhaltet auch Aufgaben, die keinen echten Modellierungscharakter haben. Sachrechnen beleuchtet nicht nur die Mathematik sondern auch die Beziehungen zur Umwelt (vgl. Greefrath 2010, S. 12).
Greefraths (2010, S. 12) Definition von Sachrechnen lautet demzufolge:

> „Sachrechnen im weiteren Sinne bezeichnet die Auseinandersetzung mit der Umwelt sowie die Beschäftigung mit wirklichkeitsbezogenen Aufgaben im Mathematikunterricht."

Aus obigen Definitionen ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Mathematik und Umwelt. Um nun auch Lernprozesse betrachten zu können, muss die beteiligte Person mit ins Blickfeld genommen werden. Daraus ergibt sich Sachrechnen als Wechselspiel zwischen Schüler, Umwelt und Mathematik:

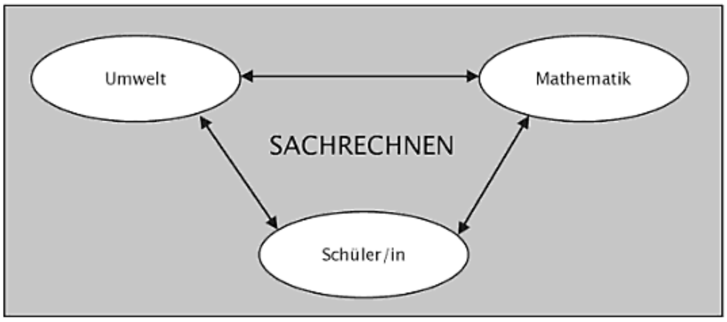


Abbildung 6: Wechselspiel der Komponenten des Sachrechnens (Greefrath 2010, S.12).

Sachrechnen erfüllt, wie man bereits gesehen hat, wesentlich mehr Aufgaben als dies vielleicht anfänglich den Schein hat. Aus dem Zusammenhang zwischen Schüler, Mathematik und Umwelt lassen sich drei große Funktionen des Sachrechnens formulieren, die jedoch nicht strikt voneinander zu trennen sind.

- Sachrechnen als Lernstoff
  Aufbau des Wissens über die sogenannten ‚bürgerlichen Größen' (wie Geldbeträge, Längen, Flächen, Zeit, Masse und Volumen) und Fertigkeiten im Umgang mit Zahlen und Variablen, sowie elementare Verfahren und Begriffe der Statistik.

- Sachrechnen als Lernprinzip
  Für das Lernen mathematischer Begriffe und Verfahren sollen grundsätzlich Bezüge zur Realität ausgenutzt werden, um die Schüler stärker am Lernen zu interessieren, ihr Verständnis zu fördern und ihre Kenntnisse und Fertigkeiten besser zu festigen. Sachrechnen in diesem Kontext kann auf dreifache Weise eingesetzt werden: *Sachsituationen als Ausgangspunkt von Lernprozessen, als Veranschaulichung von mathematischen Begriffen durch Verkörperung in Sachsituationen und Sachaufgaben als Feld der Einübung mathematischer Begriffe und Verfahren.*

- Sachrechnen als Lernziel: Befähigung zur Erschließung der Umwelt
  Diese Funktion ist die umfassendste und wichtigste, aber am schwierigsten zu realisieren. Umweltliche Situationen sollen durch mathematisches Modellieren klarer, bewusster und auch kritischer gesehen werden. Das Herzstück des Sachrechnens im Dienste der Umwelterschließung besteht also darin, zu umweltlichen Bereichen und Fragen mathematische Modelle aufzubauen, das heißt Situationen zu mathematisieren bzw. zu modellieren (vgl. Winter 1992, S. 15ff).

Hier noch einmal ein Überblick über die Funktionen des Sachrechnens:

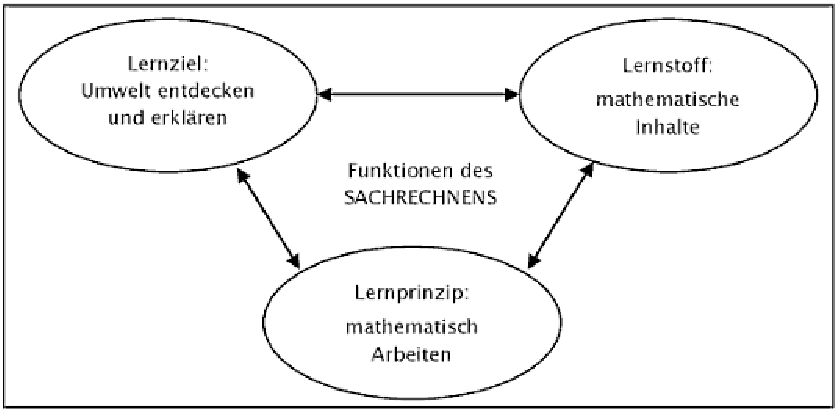


Abbildung 7: Funktionen des Sachrechnens (Greefrath 2010, S. 16).

Das Gebiet des Sachrechnens stellt einen wichtigen Bereich des Mathematikunterrichts dar, dessen Berechtigung als Eckpfeiler einer umfassenden Lehre durch die folgenden Ziele bekräftigt werden soll (vgl. Kindinger et al. 2005, S. 41).

1. Die im Sachrechnen auftretenden mathematischen Begriffe und Strukturen sind mathematisch relevant und stehen nicht nur untereinander in engen Wechselbeziehungen, sondern auch zu vielen anderen, scheinbar rein mathematischen Begriffen, die in der Schule thematisiert werden.
2. Das Sachrechnen zwingt zu einer Auseinandersetzung mit der Umgangssprache. Die daraus entstehende Aufgabe lautet: Erkennen mathematischer Operationen oder Zusammenhänge und ihrer logischen Abfolge und Verkettung in einem durch Text vermittelten Sachverhalt.
3. Sachrechnen kann das Problemlösen in den Vordergrund stellen und damit diese Kompetenz fördern.
4. Sachrechnen bietet die Möglichkeit zum fächerübergreifenden Arbeiten durch Unterrichtsprojekte.

Der dem Sachrechnen zu Grunde liegende Sachverhalt wird jedoch fast ausschließlich in Form von Textaufgaben vermittelt, so dass der Begriff des Sachrechnens und das Lösen von Textaufgaben fast synonym verwendet werden können. Doch nicht alle Textaufgaben sind auch Sachaufgaben. Zahlenrätsel zum Beispiel haben keinerlei Bezug zur Umwelt, es handelt sich dabei um eine rein mathematische Textaufgabe. Sachaufgaben können auch in Form von projektorientierten Arbeiten auftreten, in denen ein bestimmter Sachverhalt von mehreren Seiten betrachtet wird und vielschichtige Problemstellungen gelöst werden und daher weit über eine einzelne Textaufgabe hinaus gehen.

Textaufgaben bilden trotzdem den Schwerpunkt des traditionellen Sachrechnens. Bei Aufgaben in Textform ist die Sache an sich meist nebensächlich und daher austauschbar. Die Vielfältigkeit und Komplexität der Sache in der Realität wird nicht berücksichtigt und oft verkürzt dargestellt. Die Aufgaben sind daher eindeutig zu bearbeiten. Es existieren mittlerweile auch Vorschläge für einen alternativen Umgang mit klassischen Textaufgaben, bei denen durch Fragen, Alternativen und Handlungen neue Perspektiven entwickelt und die Vorstellungen der Schüler gefördert werden können (vgl. Krauthausen et al. 2008, S. 85f).

Aus einer Textaufgabe ergeben sich mitunter vielfältige Fragen und Informationen.

- Worum geht es in dieser Aufgabe?
- Was ist in der Aufgabe gegeben?
- Was gibt es an interessanten Sachinformationen, an mathematischen Aspekten, an Größen, etc.?
- Welche zusätzlichen Kenntnisse über Sachinhalte und über Größen müssen bzw. können erkundet werden?
  (vgl. Krauthausen et al. 2008, S. 77)

Vorrangiges Ziel ist sicherlich die Förderung mathematischer Fähigkeiten, wobei der gesamte Sachverhalt (Text) durchschaut werden muss (vgl. Krauthausen et al. 2008, S. 85f).

Im Folgenden wird das *Durchschauen* einer Textaufgabe, also das Verstehen und Lösen eines Textes genauer beleuchtet.

3.7.1 Strategien zum Lösen und Verstehen von Textaufgaben

Will man eine mathematische Textaufgabe lösen, ist man mit einer Herausforderung konfrontiert, die eigentlich mit Mathematik im engeren Sinn nicht viel zu tun hat. Von oberster Priorität ist es, den Aufgabentext zu verstehen und die erläuterten sachlichen Zusammenhänge zu verknüpfen.

Hierbei handelt es sich um eine Schwierigkeit im Bezug auf Sprachverständnis und Sachverständnis, die mit der Ausbildung eines Netzes von Zusammenhängen ausgehend von Wortketten übereingeht.

Nach oder während der Klärung des semantischen Gerüsts der Aufgabenstellung kommt es zur Lösung der mathematischen Aufgabe, bei der eine im Zusammenhang mit den Gegebenheiten der Situation stehende Größe quantitativ eruiert werden soll (vgl. Reusser 1997, S. 149).

Das Lösen und Verstehen von Textaufgaben verkörpert demzufolge mehr als die geradlinige Übersetzung eines Problemtextes in eine mathematische Gleichung.

Nach Reusser (1997, S. 153) versteht man unter der Lösung einer Textaufgabe

> „den von einer (expliziten oder impliziten) Problemfrage geleiteten planvollen Vorgang, bei welchem *ausgehend* von einem Problemtext eine sachhaltige Situationsvorstellung – also ein auf die Handlung- und Prozessstruktur der Aufgabe bezogenes mentales Situationsmodell – gebildet und schrittweise auf ein quantitatives Gerüst – das mathematische Problemmodell – reduziert wird".

Die folgende Abbildung zeigt die Schritte, die während des Lösungsprozesses von Textaufgaben ablaufen, nach Reusser (1997, S. 151):

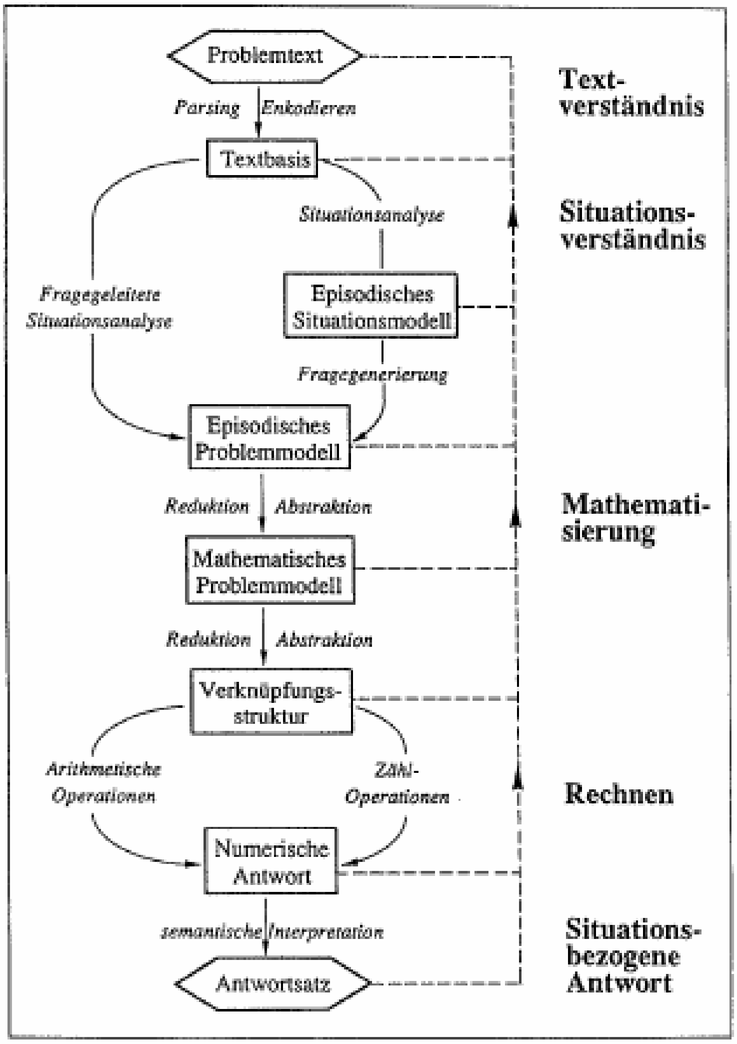


Abbildung 8: Vom Text zur Situation zur Gleichung nach Reusser (1997, S. 151).

Das oben abgebildete Schema des Lösungsweges einer Textaufgabe ähnelt stark dem zuvor im Unterabschnitt ‚Kompetenz Modellieren' erklärten Modellierungskreislauf. Hiermit soll deutlich werden wie eng die Lösung jeder Textaufgabe mit Modellierung und Problemlösen in Zusammenhang steht. Die zu Beginn beschriebenen Kompetenzen spielen eine entscheidende Rolle beim Lösen von Textaufgaben und soll an dieser Stelle nochmals explizit hervorgehoben werden.

Wie bereits einleitend erörtert, wird angenommen, dass die Transformation einer Textaufgabe in eine Formel nicht direkt geschieht, sondern dass im Allgemeinen dieser Vorgang in voneinander abgrenzbaren Einzelschritten erfolgt. Dies wird auch als Ausbildung kognitiver Konstruktionen bezeichnet und nachfolgend genauer erläutert (vgl. Malle 1993, S.97).
In seltenen Fällen kann die Übersetzung auch direkt von statten gehen, hierbei muss jedoch eine simple Aufgabe vorliegen. Dieser Prozess ist nicht in ein Modell überführbar und daher nicht als Strategie für einen sinnvollen Unterricht verwendbar.

Das Verstehen und Lösen mathematischer Textaufgaben stellt also insofern ein Problem dar, da die Lösung der Aufgabe nicht durch den Abruf einer bereits verfügbaren Prozedur erfolgt, sondern indem in einem *bottom-up-Verfahren* eine Lösungsprozedur aufgebaut wird (Renkl et al. 1994, S. 29). Unter einem bottom-up-Verfahren versteht man den Prozess vom Konkreten zum Abstrakten in der kognitiven Verarbeitung. Um diese einzelnen kognitiven Konstruktionen nun definieren und erklären zu können, muss vorab die Beschreibung eines zu Grunde liegenden Ausdrucks erfolgen.
Als ‚Wissensstruktur' wird im Folgenden das Produkt des Prozesses bezeichnet, der wie der Name bereits andeutet, eine Vernetzung von existierendem Wissen im Bezug auf einen Fachbereich beschreibt. Dieses Wissen kann bereits im Langzeitgedächtnis gefestigt sein, wo es zur Abrufung zur Verfügung steht (vgl. Malle 1993, S. 98).
Nach Malle (1993, S. 98) kann der Translationsvorgang eines Textes in eine mathematische Formel als dreistufiger Prozess angesehen werden.

1. Zu Beginn konstruiert der Schüler eine Wissensstruktur oder ruft diese aus bereits bestehendem Wissen ab, die als konkret-anschauliche Wissensstruktur aufzufassen ist. Sie enthält Informationen des Textes, erweitert durch Details, die für den Schüler zur Bewältigung der Aufgabenstellung als wichtig erscheinen. Der Schüler erfasst in dieser Stufe also einen Text und kann ihn in eigene Worte transferieren und veranschaulichen.

2. Anschließend wird dieses Basiswissen für die mathematischen Ansprüche umgeformt, um ein abstrakt-formales bzw. logisch-formales Wissenskonstrukt zu erhalten. Vereinfacht dargestellt heißt es, dass die Textzusammenhänge aus einer mathematischen Perspektive betrachtet werden und in passende Rechenoperationen überführt werden.
3. Abschließend erfolgt eine Übersetzung dieser Struktur in eine algebraische Formel, als Verdeutlichung der Rechenoperationen durch mathematische Symbole (vgl. Malle 1993, S. 98f).

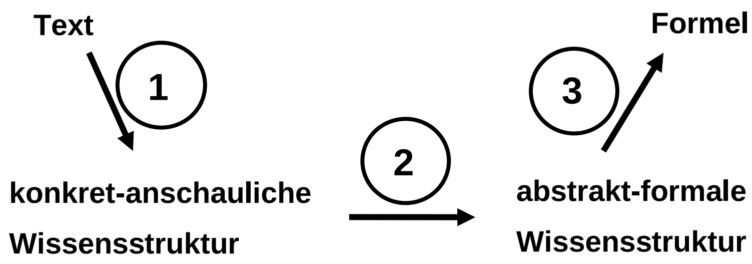


Abbildung 9: Dreischrittmodell nach Malle.

Die Abbildung zeigt anschaulich das Dreischrittmodell von Malle (vom Text über das Situationsverständnis zur Mathematisierung), es kommt dem System von Reusser (1997, S. 151) nahe, ohne jedoch dabei auf die Schritte nach der Bildung des mathematischen Problemmodells (z.B. eine Formel) einzugehen. Für die Darstellung der Lösung einer Textaufgabe spielen die Schritte Rechnen und situationsbezogene Antwort keine relevante Rolle, es können zwar noch Fehler passieren aber für die Lösung der Textaufgabe an sich sind sie nicht so bedeutungsvoll, da es sich dabei um die Abarbeitung eines Algorithmus handelt, der zwar unterschiedlich sein kann, aber immer Rechenfertigkeiten fordert, die bereits gelernt wurden.

Es kann davon ausgegangen werden, dass die Schritte nicht strikt trennbar sind und fließend ineinander übergehen können. Das Dreischritt-Modell nach Malle muss daher als Idealisierung und schematische Vorlage angesehen werden (vgl. Malle 1993, S. 99).
Insbesondere der zweite und dritte Abschnitt laufen oftmals ineinander über. Diese Tatsache ist dahingehend erkennbar, da um den Text einer Aufgabe zu erfassen, zunächst das konkret-anschauliches Denken notwendig ist. Den Text anschließend in eine Formel zu übersetzen und im mathematischen Sinn zu lösen, erfordert jedoch logisch-formales Denken.

Während bei ungeübten Aufgabenlösern zuerst die erste Denkform dominiert und dann plötzlich in die zweite Denkform *umkippt,* sofern diese überhaupt schon entwickelt ist, laufen die beiden Denkformen bei geübteren Aufgabenlösern parallel. Bei sehr Geübten wird wahrscheinlich sofort das logisch-formale Denken aktiviert (vgl. Malle 1993, S. 131).
Die Unterschiede der beiden Denkformen sollen nach Malle (1993, S. 130) nun gegenübergestellt werden:

Konkret-anschauliches Denken	**Logisch-formales Denken**
orientiert sich an konkreten Gegebenheiten und Erfahrungen	verläuft losgelöst von konkreten Gegebenheiten und Erfahrungen sowie häufig hypothetisch
konzentriert sich auf die konkreten Objekte	fasst die konkreten Objekten zu abstrakten Klassen zusammen oder ordnet ihnen abstrakte Größen zu und konzentriert sich auf diese
bringt die Objekte in Zusammenhang, wie sie zueinander passen oder ordnet sie einem Prozess zu	bringt die Klassen bzw. Größen in einen logischen oder numerischen Zusammenhang
verläuft episodisch	verläuft nicht episodisch

Reusser (1997, S. 148) beschreibt in diesem Zusammenhang als logisch-mathematische Erklärung von Verstehens- und Lösungsschwierigkeiten bei Textaufgaben die unterschiedlichen Kompetenzgrade der Kinder. Er unterscheidet dabei drei Entwicklungsstufen:

1. Kinder der ersten Stufe besitzen rein konkret-anschauliches Denken, das heißt die Verstehensleistung ist weitgehend beschränkt.
2. In der zweiten Stufe führt das Kind bereits ein internes Protokoll der Problemhandlung und hält schon die strukturelle Rolle jedes Satzes fest.
3. Kinder der dritten Entwicklungsstufe erkennen die abstrakt-schematische Struktur der Problemsituation, die logisch-mathematische Struktur des Teil-Ganzes-Schema ist nun fertig ausgebildet und befähigt den Lernenden zu arithmetischem Verständnis.

Die von Reusser beschriebenen Entwicklungsstufen ähneln sehr stark der kognitiven Entwicklungstheorie von Piaget, der in diesem Zusammenhang vom anschaulichen, konkret-operativem und formalem Denken spricht (Stangl 2011c).

Die größte Hürde, Textaufgaben optimal zu meistern, liegt darin, dass bei Schülern vereinzelt keine konkreten Lösungswege zum Umformen von anschaulichen Wissenskonstrukten in formale Wissensstrukturen vorhanden sind. Deshalb wird von manchen Lernenden direkt versucht eine Formel aus einer konkreten-anschaulichen Wissensstruktur zu generieren, indem ein Umformungsschritt übersprungen wird. Hierbei werden jedoch die meisten Fehler gemacht, da komplexe Zusammenhänge falsch interpretiert werden (vgl. Malle 1993, S. 99f).

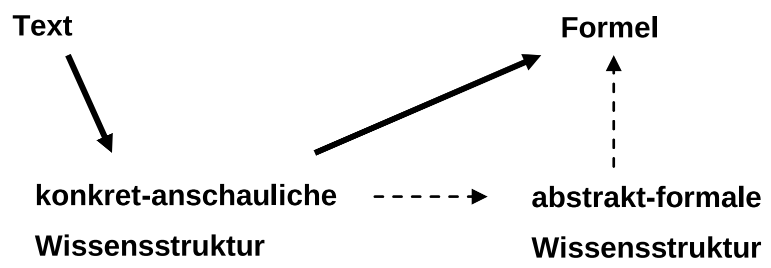


Abbildung 10: Unkorrekte Ausführung des Dreischrittmodells (Malle 1993, S. 100).

Um die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben genauer beleuchten zu können, werden wir im Folgenden mögliche Fehlerquellen anhand des Dreischrittmodells betrachten.

3.7.2 Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben

Auf den ersten Blick scheint es ganz klar zu sein, warum Schüler große Probleme beim Lösen von Textaufgaben aufweisen. Eine numerische Aufgabe benötigt zur Lösung einen Algorithmus, während bei einer Textaufgabe zuerst eine Übersetzung einer textlich vermittelten Problemsituation in einen mathematischen Operationszusammenhang stattfinden muss.
Es hat sich als keineswegs einfach erwiesen, im Detail zu erklären, welche Vorgänge sich im Kopf eines Schülers abspielen, der eine mathematische Textaufgabe löst und woran es liegt, wenn Schwierigkeiten auftreten (vgl. Reusser 1997, S. 142).

Die wissenschaftliche Untersuchung der Schwierigkeiten von Schülern beim Bearbeiten und Lösen von Textaufgaben startete bereits in den 1980er Jahren mit der Veröffentlichung von diversen Klassifikationssysteme (vgl. Sommer et al. 2004, S. 99). Eines der bekanntesten Klassifikationssysteme publizierten Riley et al. (1983), welches drei grundlegende Aufgabentypen unterscheidet: Kombinations-, Vergleichs- und Veränderungsaufgaben (vgl. Sommer et al. 2004, S. 100).

Sechszehn prototypische Textaufgaben wurden daraus entwickelt und in diversen Studien (Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer 1988, Riley & Greeno 1988, Stern 1993, 1994 zit. nach Stern 1997, S. 406) auf ihre Schwierigkeit getestet. Ein Teil dieser prototypischen Aufgaben wird im Unterkapitel ‚Das erste Arbeitsblatt' im dritten Kapitel ‚Experimenteller Teil' für die Vortestung der Schüler herangezogen.
Laut Reusser (1997, S. 142) sind vier Gründe dafür verantwortlich, dass mathematische Textaufgaben für Lern- und Entwicklungspsychologen zu einem lohnenden Untersuchungsgegenstand geworden sind:

1. Textaufgaben erlauben in geradezu idealer Weise das Studium des Wechselspiels von sprachlichen, sachlichen und mathematischen Verarbeitungsprozessen.
2. Textaufgaben sind semantisch reichhaltig genug, um daran Wesen und Entwicklung der für unsere Wissenskultur bedeutungsvollen Entwicklungsgänge der Mathematisierung zu erforschen.
3. Textaufgaben weisen ein klares Verarbeitungsziel in Form einer Gleichung oder einer numerischen Lösung auf und sind somit forschungsmethodologisch attraktiv.
4. Textaufgaben gestatten das Studium von Verstehensprozessen als dem intentionalen und problemlösenden Aufbau von mentalen Situationsmodellen.

Krauthausen und Scherer (2008, S. 206) sind der Ansicht, dass Textaufgaben im Rahmen des Sachrechnens bereits bei Grundschulkindern der fehleranfälligste Lernbereich im Mathematikunterricht sind. Laut Reusser (1997, S. 142) werden Textaufgaben im Gegensatz zu typgleichen mathematischen Aufgaben in numerischer Form um 30% schlechter gelöst.

Bei der ‚schulischen Kunstform' Textaufgaben liegt das Hauptproblem für Kinder wie bereits erwähnt in der richtigen Übersetzung der Information aus der natürlichen Sprache des Textes in die Gleichungen oder Zahlensätze der mathematischen Fachsprache (vgl. Krauthausen et al. 2008, S. 85f). Im letzten Kapitel wurde die Lösung einer Textaufgabe anhand des Dreischritt-Modells nach Malle erläutert. Dieses Modell soll nun auch zur Beleuchtung der Schülerfehler herangezogen werden.

3.7.3 Fehlererklärung mit dem Dreischritt-Modell

Die Lokalisierung und Aufdeckung von Schülerfehlern anhand des präsentierten Dreischritt-Modells nach Malle ist ein markanter positiver Aspekt bei der Transformation von Texten in Formeln. Damit kann eine genauere Betrachtung der Fehlerquellen ermöglicht werden, die zur Vermeidung von zukünftigen Schwierigkeiten dienen soll (vgl. Malle 1993, S. 103).

3.7.3.1 Fehler im ersten Prozessschritt

Bei der Fehlerevaluierung von Textaufgaben ist zu erkennen, dass dieser Teil des Transformationsschrittes vom Text zur konkret-anschaulichen Wissensstruktur meistens nicht das Hindernis darstellt. Es kann jedoch vorkommen, dass Schüler den Text nicht richtig erfassen können und somit die Aufgabe nicht lösen können. Dabei kommt oft ein sprachliches Problem zum Tragen, das mit dem mathematischen Verständnis der Aufgabe nicht direkt zu tun hat (vgl. Malle 1993, S.104).

Gründe für die sprachliche Schwierigkeit beim Verstehen eines Textes können sein:

- Schwierigkeiten vor allem für Schüler mit Sprachschwierigkeiten (z.B. Kinder mit Migrationshintergrund) treten auf, wenn die Aufgabe sehr anspruchsvoll formuliert oder unübersichtlich ist, durch sehr lange Sätze oder durch unklare Fremdwörter.
- Irreführend können auch Signalwörter sein, die auf bestimmte Rechenoperationen hindeuten, die in diesem Zusammenhang aber nicht anwendbar sind.
- Weiters können Probleme dadurch auftreten, dass Schüler versuchen, den Text in Leserichtung in eine Gleichung zu übertragen. Gerade komplexere Kontexte sind aber zuerst ganzheitlich zu erfassen.
- Eine zusätzliche Schwierigkeit haben Kinder, die sich nicht lange genug auf die Aufgabe konzentrieren können, sondern gleich drauf los rechnen und dadurch eventuell wichtige Aspekte außen vor lassen (vgl. Hinrichs 2008, S. 65ff).

3.7.3.2 Fehler im zweiten Prozessschritt

Im Gegensatz zum oben angeführten Schritt, kommt es bei der Übertragung von der konkret-anschaulichen zur abstrakt-formalen Wissensstruktur häufig zu Komplikationen, da der Transfer von konkreten Gegenständen in Symbole einer Formel manchen Schülern schwer fällt. Vereinzelt wissen Schüler nicht, dass es hier auf Beziehungen und Zusammenhänge dieser konkreten Objekte ankommt (vgl. Malle 1993, S.106).
Diese Tatsache wird noch dadurch verstärkt, dass bei den meisten der behandelten Aufgaben numerische Berechnungen im Vordergrund stehen und nicht die zugrundeliegende allgemeine Beziehung. Es besteht dann die Gefahr eines Abgleitens in gedankenlose numerische Schemata, die vom Erkennen von Beziehungen geradezu ablenken (vgl. Malle 1993, S. 123).
Malle (1993, S. 107) schlägt zur Verminderung solcher Fehler vor, dass im Algebraunterricht an passenden Aufgaben explizit auf Beziehungen und Zusammenhänge hingewiesen werden sollte.

3.7.3.3 Fehler im dritten Prozessschritt

1. Missachtung semantischer Konventionen

Beim letzten Umformungsschritt müssen die Erkenntnisse der formalen Wissensstruktur durch Symbole einer Formel zum Ausdruck gebracht werden. Dieser Schritt ist durch eine limitierte Anzahl an Symbolen und Konventionen der Mathematik begrenzt, die kaum thematisiert werden und trotz fehlenden Bewusstseins bei vielen Mathematikern akzeptiert werden (vgl. Malle 1993, S 108).

Objekt-Zahl-Konvention

> „In der elementaren Algebra bedeuten Buchstaben nicht die zugrundeliegenden konkreten Objekte, sondern gewisse diesen Objekten zugeordnete Zahlen (bzw. Größen)“ (Malle 1993, S.108).

Zum Beispiel steht der Buchstabe ‚M‘ nicht für ‚Münzen‘, sondern für die Anzahl an Münzen und der Buchstabe ‚K‘ nicht für ‚Karotten‘ als Objekt, sondern den Preis der Karotten (vgl. Malle 1993, S.109).

Handlungs-Beziehungs-Konvention

> „Ein algebraischer Ausdruck kann sowohl eine Rechenhandlung als auch eine Beziehung zwischen Zahlen (Größen) bedeuten“ (Malle 1993, S.110).

Die Gleichung $M = 8 \cdot L$ bedeutet einerseits, dass man zur Zahl M kommt, indem man L mit 8 multipliziert (Rechenhandlung), andererseits, dass M das Achtfache von L ist (Beziehung zwischen Zahlen M und L). Beide Möglichkeiten werden in der algebraischen Notation *kondensiert* (vgl. Malle 1993, S. 110).

Konvention der Bedeutungskonstanz

> „Die Bedeutung von Buchstaben darf innerhalb eines algebraischen Ausdrucks oder eines bestimmten Argumentationskontextes nicht geändert werden“ (Malle S.111).

Diese Konvention ist beispielhaft in der Informatik bei Programmiersprachen nicht gültig, da hier $x = x + 2$ bedeuten kann, dass der neue Wert von x gleich dem alten Wert von x um 2 vergrößert ist. Diese Gebrauchsweise ist auch bei einigen Schülern anzutreffen (vgl. Malle 1993, S.111).

2. Gleichheit als Entsprechung

Bezüglich des Gleichheitszeichens ‚=' existiert eine semantische Konvention der elementaren Algebra, die die Interpretation als numerische Gleichheit unterstützt. Bei einigen zuvor erwähnten Beispielen ist zu erkennen, dass manche Schüler das Gleichheitszeichen als Form der Entsprechung ansehen (vgl. Malle 1993, S.111).

3. Auswahl und Anordnung

Drei Fragen der elementaren Algebra werden durch semantische Konventionen geklärt:

1. Welche Größen erhalten ein Symbol?
2. Welche Symbole werden verwendet?
3. Wie werden die Symbole angeordnet?

Die meisten Fehler des dritten Prozessschrittes bei der Lösung von Textaufgaben lassen sich durch die Unsicherheit der Schüler in der Klärung der angeführten Fragestellungen erklären (vgl. Malle S.113).

Die in der elementaren Algebra geläufigen Konventionen stellen einerseits klar, welche Vorgehensweisen erwünscht sind, andererseits welche nicht durchgeführt werden dürfen. Der dezidierte Ausschluss einzelner mathematischer Handlungen ist uns oft bewusst, kann jedoch bei Schülern nicht als selbstverständlich hingenommen werden. Das restlose Aufklären der Schüler über die Notation der Mathematik ist, aufgrund der beinahe grenzenlosen Phantasie der Schüler bei der Anwendung von nicht zulässigen Rechenschritten, nicht möglich (vgl. Malle S.115).

3.7.4 Förderung von Textaufgaben

Aufgrund der Abneigung und Zurückhaltung vieler Schüler beim Behandeln von Textaufgaben und den bereits kennengelernten Schwierigkeiten, die bei ihrer Lösung auftreten können, sollen durch Lehrer gezielt Kompetenzen der Schüler zum Lösen von Textaufgaben weiterentwickelt werden, um ihre Scheu vor der Herausforderung zu verlieren.

> „Es muss grundsätzlich festgehalten werden, dass es nicht das Konzept, Material oder Lehrwerk gibt, welches (alle) Lernschwächen verhindert und den allgemeinen Lernerfolg garantiert" (Krauthausen et al. 2008, S.212).

Trotz alledem soll versucht werden, Lernschwächen durch erprobte Konzepte und Lehrmethoden, so gut es einem möglich ist, zu reduzieren bzw. zu kompensieren.
Folgende Aspekte sollen nach Krauthausen und Scherer (2008, S. 213f) für die Förderung im Mathematikunterricht besondere Berücksichtigung finden:

- Differenzierungsmaßnahmen aufgrund der Heterogenität der Schüler
- Veränderung des negativen Selbstkonzepts
- Verwendung von sach- und schüleradäquaten Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen
- Besonderer Stellenwert von Übungen

Differenzierung in quantitativer oder qualitativer Hinsicht ist nötig um Unter- bzw. Überforderung bei Schülern zu vermeiden. Eine negative Haltung gegenüber Herausforderungen im Mathematikunterricht kann ein Auslöser für Schwierigkeiten bei deren Bewältigung sein. Aus diesem Grund gilt es, geeignete Maßnahmen zur Vermeidung von Überforderung zu finden. Ein positives Selbstkonzept zu entwickeln durch eigenständiges Lernen mit offenen Aufgaben, selbstständigem Problemlösen, gepaart mit einem bewertungsfreien Raum, wo Fehler erlaubt sind, so wie es der Lernpfad ermöglichen soll, können zu einem Ablegen von Vorurteilen und Abneigungen gegenüber Mathematik bei Schülern führen. Unterricht muss weiters bemüht sein, Veranschaulichungen von oft abstrakten Aufgaben anzubieten, die Aufbau mentaler Bilder beitragen.
Das Fach Mathematik weist einen sehr hohen Übungsbedarf auf, was oftmals zu Langeweile und Motivationsverlust führen kann. Deshalb besteht Bedarf nach abwechslungsreichem Übungsmaterial, das Selbsttätigkeit und eigenständiges Lernen in den Vordergrund stellt (vgl. Krauthausen et al. 2008, S. 213f).

Um Schülern die Möglichkeit zu bieten die Kompetenz zu erwerben, bestimmte Probleme zu lösen, muss für sie eine Gelegenheit geschaffen werden, an Aufgaben zu arbeiten, die diese Kompetenz fordern. Somit können schulische und außerschulische Lerngelegenheiten den Erwerb neuen Wissens unter anderem durch die Art der angebotenen Aufgaben und Probleme fördern.
Die relativ große Freiheit der Lehrer welche Art von Aufgaben sie für ihren Unterricht wählen, sehen Renkl und Stern (1994, S.31) als eine wichtige Quelle der individuellen Leistungsunterschiede im Lösen von Textaufgaben. Denn Lehrer lassen sich von den kognitiven Eingangsvoraussetzungen ihrer Schüler leiten und stellen eher in stärkeren Klassen Aufgaben, die auf mathematisches Verständnis abzielen (vgl. Renkl et al. 1994, S. 37).

Man kann in diesem Zusammenhang zwischen performanzorientierten und strukturorientierten Aufgaben unterscheiden. Strukturorientierte Aufgaben zielen auf die Förderung des konzeptuellen Verständnisses der hinter Algorithmen und Prozeduren stehenden Prinzipien ab, während performanzorientierte Aufgaben in erster Linie mechanisches Wissen, wie die Automatisierung von arithmetischen Fertigkeiten, fördern (vgl. Renkl et al. 1994, S. 31).
Es zeigt sich in der Studie von Renkl und Stern (1994, S. 37), dass sich beispielsweise die häufige Präsentation von strukturorientierten Aufgaben positiv auf die Leistung bei einfachen und komplexen Textaufgaben auswirkt, während performanzorientierte Aufgaben nur das Lösen von einfachen Textaufgaben fördern.

Ausgehend von der Aufgabenart ist es also wichtig, die bereits in der Grundlagentheorie erwähnten Kompetenzen zu fördern, da das Üben von Aufgaben, die von den Schülern Fertigkeiten wie Modellieren, Problemlösen und Metakognition verlangen, zu einer gesteigerten Erfolgsquote beim Lösen von Textaufgaben führt.
Im Folgenden wird daher auf diverse Fördermöglichkeiten zur Verbesserung der Lösbarkeit von Textaufgaben in Anlehnung an die vorher beschriebenen Kompetenzen eingegangen.

3.7.4.1 Förderung von Modellierungskompetenz

Der mathematischen Modellierung bzw. der Behandlung realitätsbezogener Aufgaben kommt im Mathematikunterricht immer noch eine recht geringe Bedeutung zu (vgl. Hinrichs 2008, S. 2).
Demzufolge ist es nicht verwunderlich, dass viele Schüler Schwierigkeiten haben, ihre Modellierungskompetenzen zu trainieren. Es sollte also versucht werden, mehr Beispiele zur Förderung dieser Kompetenz zu behandeln, deren Lösung mithilfe der anschließenden vier Schritte von Polya (1995, S. 48ff) unterstützt werden kann.

1. Zur Lösungsfindung bei mathematischen Problemstellungen bedarf es adäquater Strategien und Modellierungsmethoden. Zu Beginn soll der Lehrer überprüfen, ob die Aufgabenstellung vom Schüler verstanden wurde, indem Bedingungen und Unbekannte geklärt werden. Falls es für die Schüler nicht augenscheinlich sein sollte, die Unbekannten fest zu legen, sollte gemeinsam eine Bezeichnung eingeführt werden und allenfalls mit einer graphischen Veranschaulichung gearbeitet werden.
2. Im zweiten Schritt wird auf die Zusammenhänge der vorliegenden Sachverhalte eingegangen und versucht, ein Lösungsweg oder ein Gleichungssystem aus den ermittelten Unbekannten zu finden.

Bei diesem umfassenden Abschnitt greifen die Schüler auf bereits verankertes Wissen zurück und versuchen aus bekannten Mustern, Möglichkeiten für eine erfolgreiche Bewältigung der Aufgabe zu eruieren. Im Falle von Schwierigkeiten sollten die Schüler seitens des Lehrers nochmals erinnert werden, ob alle zur Verfügung stehenden sinnvollen Angaben verwendet worden sind, oder in die Überlegungen eingebunden wurden. Hilfreich kann sein, die Schüler zu ermutigen das Beispiel von einer anderen Betrachtungsweise anzugehen, verwandte bereits gelöste Aufgaben einzubeziehen oder die vorliegenden Informationen anders auszudrücken.

3. Nachdem ein möglicher Lösungsweg gefunden wurde, sollte der Lehrer die Schüler anleiten, jeden einzelnen getätigten Schritt, der zur tatsächlichen Lösung führen soll, zu überprüfen und falls möglich, seine Richtigkeit zu beweisen.
4. Abschließend wird das erhaltene Resultat vom Schüler auf seine Korrektheit geprüft oder bewiesen. Der Lehrende sollte die Schüler auf die Möglichkeit hinweisen, Lernaufwand zu verringern, indem die erfolgreiche Modellierung für ähnliche oder komplexere Beispiele wieder abrufbar ist, falls sie langfristig gespeichert wird.

3.7.4.2 Förderung des Problemlösens im Unterricht

Eine Problemsituation besteht, wenn sich jemand in einer alltäglichen Situation darum bemüht, ein bestimmtes, durch eine Blockade versperrtes, Ziel zu erreichen. Es eröffnet sich die Frage, welche Möglichkeiten bestehen, diese Blockade zu beseitigen. Je interessanter das Ziel ist, desto intensiver ist die Motivation für die Wahl der Maßnahmen, mit denen diese Ziele erreicht werden können. Lehrende transferieren oft für die Problemlösung geeignetes Wissen, ohne zu vermitteln in welcher Situation es optimal angewandt werden kann. Wissen wird demnach kontextlos für Lernende dargestellt, sodass sie nicht erkennen können, welche Fragen es beantwortet. Um Problemlösung zu verbessern, müssen Situationen geschaffen werden, in denen sachbezogene Fragen den Vorrang erhalten. Dies geschieht durch eine Darstellung in einem sinnvollen, d.h. natürlichen Kontext, des Problems (vgl. Mietzel 2007, S. 316).

- <u>Problemsituationen in einem natürlichen Kontext</u>

Lehrer möchten oftmals dahingehend motivieren, indem sie Diskrepanzen und Probleme in einen natürlichen Kontext einbetten. Bei dieser Methode sollte der Lehrer einen gewissen *Sinn zur Dramaturgie* besitzen. Er sollte ein intuitives Gefühl dafür haben, was Kinder neugierig macht oder ihr Interesse wecken könnte. Es reicht aber nicht aus, Erstaunen oder Überraschung auszulösen, die Schüler müssen auch ausreichend Vorkenntnisse im sprachlichen Bereich besitzen. (vgl. Mietzel 2007, S.317ff.).

- Konkretisieren von Textaufgaben

Der Unterricht sollte besonders in Mathematik darauf ausgerichtet sein, der Fingerabzählmethode entgegenzuwirken. Dafür ist es nötig, die Aufgaben und den Unterricht so zu gestalten, dass er die eingeübte Strategie des Zählens mit Hilfe der Finger *verlernt* und das Verständnis zu Zahlen als Mengen neu erlernt wird. Diese Aufgaben sollten abwechslungsreich gestaltet und bildlich dargestellt sein, um einerseits motivierend für die Schüler zu wirken und ihnen andererseits ein vereinfachtes Verständnis für die Zusammenhänge zu geben. Bei der Lösung von Textaufgaben scheitern viele daran, dass der Lernende nicht geübt ist, konkrete Situation zu verstehen. Denn er muss den Text interpretieren und nachvollziehen können, um die Aufgabe auch lösen zu können (vgl. Mietzel 2007, S.323 ff).

- Darstellen einer Vielzahl ausgearbeiteter Beispiele

Viele Mathematikbücher beginnen mit Beispielen und den dazugehörigen *Musterlösungen*. Darauf folgt eine Reihe von Aufgaben, die der Lernende dann selbständig erarbeiten soll. Ziel ist es, dem Lernenden durch Aufzeigen von Lösungsmöglichkeiten ein schnelleres Lösen von ähnlichen Aufgaben zu ermöglichen. Der Nachteil ist oft, dass das Lernen beeinträchtigt werden kann, da stereotypes Üben zur Verfestigung von Denkfehlern führen kann. Weiters kann sich der Lernende in der vorgegebenen Zeit meist nur mit wenigen unterschiedlichen Aufgaben beschäftigen. Der Lehrer sollte daher dem Lernenden eine kleine Anzahl von Problemen vorlegen und dafür verschiedene Arten von Beispielen vorstellen und dabei sämtliche Lösungsschritte besprechen. Dies hat zur Folge, dass die Lerneffektivität ansteigt. Der Lernende soll jedoch nicht nur gut ausgearbeitete Erklärungen präsentiert bekommen, sondern muss auch die Gelegenheit erhalten, sein erworbenes Wissen anzuwenden (vgl. Mietzel 2007, S. 325ff).

- Verbessern der Qualität von Verständnisfragen

Wer in der Lage ist, geeignete Fragen zu stellen, kann sich ein weitgehendes, tieferes Verständnis eines Sachverhaltes erschließen. Hierzu entwickelte Richard Suchman (1962) das *Erkundungstraining.* Es enthält Anregungen, wie Schüler in der Auffindung und Formulierung anspruchsvoller Fragen unterstützt werden können. Das Erkundungstraining hat das Ziel der Selbstorganisation von Schülern, da sie für ihre Informationsgenerierung selbst verantwortlich sind, um Zusammenhänge von Sachverhalten zu erklären. Weiters ist ein Hauptaugenmerk auf die Förderung der Zusammenarbeit gerichtet, da die Lernenden bei der Suche nach der Klärung der Probleme kooperieren sollen.

Das Erkundungstraining fördert die Strategie des Schülers, sich durch Fragestellung die benötigten Informationen für eine Problemlösung zu verschaffen. (vgl. Mietzel 2007, S.328 ff.).

3.7.4.3 Förderung von Metakognition

Wie kann man als Lehrkraft im Unterricht metakognitive Kompetenzen bei Schülern anregen? Hinrichs (2008, S.57) erläutert angelehnt an die Maßnahmen von Maaß (2004, S. 36) sieben Punkte zur Förderung von Metakognition im Unterricht:

1. Vermittlung von Metawissen über Modellierungsprozesse, also von deklarativen Metakognitionen
2. Diskussionen unterschiedlicher Vorstellungen von Schülern über Modellierungsprozesse im Unterricht
3. Produktiver Umgang mit Fehlern von Lernenden sowie Fehleranalyse
4. Aufforderung zum Planen, Überwachen und Prüfen des eigenen Vorgehens
5. Vergleich und Diskussion unterschiedlicher Lösungen und Reflexion über mögliche Gründe
6. Aufzeigen von positiven Beispielen der Selbstkontrolle beim Modellieren
7. Anregungen zur Selbstüberwachung durch den Lehrer, indem er fragt, warum und mit welchem Ziel Schüler etwas tun

3.7.4.4 Förderung von Lerntransfer

Alfred Whitehead führte den Begriff des *trägen Wissens* ein. Wenn ein Mensch das nötige Wissen besitzt um ein Problem zu lösen, es aber im Moment nicht abrufen kann, spricht man vom trägen Wissen. In diesem Fall funktioniert der Transfer von bereits Gelerntem auf ein neues Problem nicht (vgl. Mietzel 1998, S. 312).
Die moderne Transferforschung bestätigt, dass die Transferleistung des Unterrichts eine eminent wichtige Rolle spielt, da das praktische Anwenden von Lerninhalten ein wichtiges Ziel des Unterrichts sein sollte. Aus diesem Grund ist es die Aufgabe von Lehrern, der Schaffung von trägem Wissen entgegenzusteuern, um eine anwendungsorientierte Ausbildung der Schüler zu gewährleisten. Um dieses Ziel zu erreichen stellt Mietzel mehrere Ansätze vor (vgl. Mietzel 1998, S. 315-321).

- <u>Intensives Üben der Grundfertigkeiten und in ausgewählten Themengebieten</u>

Obwohl man als Lehrer aufgrund des umfassenden Themenkatalogs während des Schuljahrs unter Zeitdruck geraten kann, sollte man nicht die Wichtigkeit von wiederholtem Üben der Grundfertigkeiten vergessen.

Bereits Mitte des 20. Jahrhundert war der Slogan *weniger ist mehr* prägend für den modernen Unterricht, da es sinnvoller ist, einen begrenzten Themenschwerpunkt gründlich durchzunehmen, als viele Themen oberflächlich. Diese Maßnahme kann einer Ausbildung von *trägem Wissen* vorbeugen und anwendungsbezogenes Wissen fördern.

- <u>Das Anwenden von Gelerntem in verschiedenen Situationen</u>

Oft ist es hilfreich, Gelerntes so oft zu wiederholen bis es zur Routine wird. Etwa beim Lenken eines PKW ist es nützlich gewisse Bewegungsmuster und Anwendungen zu verinnerlichen und einen Automatismus zu entwickeln.
Diese Entwicklung kann aber auch kontraproduktiv sein, wenn wir uns auf sich ändernde Situationen und Bedingungen einstellen müssen. Deshalb ist es wichtig bei Übungen auf diverse Variationen zu achten (vgl. Mietzel 1998, S. 317f.).

- <u>Systematisches Entkontextualisieren des Lernens</u>

Das Speichern und Verarbeiten von Wissen ist sehr stark mit dem Kontext verknüpft, in dem es erlernt wurde. Diese Tatsache kann umgangen werden, indem mehrere Aufgaben in unterschiedlichen Kontexten absolviert werden und somit die wichtigen Ausdrücke und Konzepte vom Kontext abgespalten werden. Der entscheidende Prozess des ‚Entkontextualisierens' ermöglicht es, in weiterführenden Aufgabenstellungen das Wissen zugänglich und abrufbar zu machen. Es muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass ein ledigliches Entkontextualisieren für einen erfolgreichen Transfer nicht ausreichend ist, vielmehr müssen sich Schüler bei neuen Problemstellungen fragen: *Wann und wo habe ich ein ähnliches Problem bearbeitet? Was wurde für eine positive Lösungsfindung unternommen?* Die Erinnerung an das Problem ist umso schwerer, je länger der Zeitpunkt der Aufgabenstellung zurückliegt.

- <u>Problemorientierter Unterricht</u>

Es reicht nicht theoretisches Wissen zu erlangen, um dieses auch in realen Problemsituationen richtig anzuwenden. Um die Lernübertragung bei Schülern zu fördern und *trägem Wissen* entgegen zu wirken, wäre es von Vorteil, theoretische Konzepte anhand von problemorientierten Darstellungen zu erarbeiten.
Somit könnte sichergestellt werden, dass von Beginn an ein realer Anwendungsbezug gegeben ist und die Befähigung zur Lösung von Problemen, die im außerschulischen Kontext auftreten, verbessert wird.

Experimenteller Teil

4 EXPERIMENTELLER TEIL

In diesem Kapitel soll eine persönlich durchgeführte Kleinfeldstudie vorgestellt werden. Die folgenden Seiten beschäftigen sich mit der Beschreibung der Hintergründe zu dieser Studie, der Durchführung in den Schulen, der Darstellung der erzielten Ergebnisse und deren abschließender Diskussion.

4.1 Problemfindung und Relevanzprüfung

In der vorliegenden Arbeit liegt das Hauptaugenmerk auf dem Verstehen und Lösen von Textaufgaben. Man versteht darunter meist durch Texte ausgedrückte Problemsituationen, deren Bearbeitung sachliches Denken und die Klärung mathematischer Verhältnisse und Operationszusammenhänge erfordert (vgl. Reusser 1989, S. 9). Textaufgaben dienen nicht nur dem Einüben bereits erlernter Rechenalgorithmen, sondern vielmehr der Veranschaulichung mathematischer Prinzipien (vgl. Sommer et al. 2004, S. 110).

Seit Generationen sind Textaufgaben ein ständiger Begleiter von Schülern und Lehrern im Mathematikunterricht von der Volkschule bis hin zur Universität. Bei meiner Tätigkeit in der Schule und in einem Nachhilfeinstitut zeigt sich allerdings, dass bei einigen Schülern ein markantes Defizit bei der Lösung von Textaufgaben auftritt. Unabhängig von Alter und Schulstufe zieht sich dieses Phänomen durch die gesamte Schullaufbahn. Reusser (1997, S. 142) beschreibt ebenfalls in seiner Arbeit, dass Textaufgaben im Vergleich zu numerischen Aufgaben um bis zu 30% schlechter gelöst werden. Um diese Erfahrungen zu erforschen, entstand die Forschungsfrage zu dieser Diplomarbeit.

4.1.1 Forschungsfragen

Da nicht nur die Erforschung der Gründe für die schlechte Lösbarkeit von Textaufgaben eine interessante Tätigkeit darstellt, sondern vielmehr die Förderung der Schüler, die Schwierigkeiten bei derartigen Beispielen haben, für eine Lehrkraft eine wesentliche Rolle in der Unterrichtstätigkeit spielt, ergibt sich aus der Problemstellung folgende Forschungsfragen:

Bei welchen Schritten begehen Schüler Fehler beim Lösen von Textaufgaben und wäre eine Verminderung etwaiger Schwierigkeiten durch Adaptierung der Beispiele möglich?

Könnte ein im Zuge dieser Diplomarbeit entwickelter interaktiver Lernpfad zur Förderung der Kompetenzen zur Lösbarkeit beitragen?

4.1.2 Zentrale Fragestellungen

Aus der Forschungsfrage ergeben sich für die Diplomarbeit folgende zentrale Fragestellungen:

- Was sind die Ursachen für die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben zu linearen Gleichungen bei Schülern der 8. Schulstufe?
- Können mit Hilfe eines interaktiven Lernpfades die Kompetenzen zum Lösen von Textaufgaben zu linearen Gleichungen gefördert werden?

Zur Überprüfung werden im Folgenden aus der ersten Fragestellung nachstehende Hypothesen abgeleitet. Die zweite Fragestellung kann im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr detailliert untersucht werden. Es wird lediglich die Legitimation für derartige Lernpfade besprochen und ein auf Basis der Ergebnisse aufbauender Lernpfad entwickelt.

4.1.3 Hypothesen

Es wird vermutet, dass als Ursache für die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben zu linearen Gleichungen folgende Punkte eine Rolle spielen:

- die kognitiven Eingangsvoraussetzungen: Vorwissen und Intelligenz
- die Art der im Mathematikunterricht eingesetzten Lernaufgaben
- die Lehrerpersönlichkeit und die damit verbundene Unterrichtstruktur

Im nachfolgenden Forschungsteil dieser Diplomarbeit sollen die eben angeführten Hypothesen untersucht werden.

4.2 Der Forschungsprozess

Um die Umsetzung des Forschungsprozesses optimal zu gestalten und in einem angemessenen Zeitraum zu bleiben, wurde vorab eine Projektplanung erstellt.
Grundsätzlich besteht die Untersuchung aus vier wesentlichen Punkten:

1. Voruntersuchung
2. Testung mit adäquaten Schulbuchbeispielen
3. Testung mit abgeänderten Beispielen
4. Lehrerinterviews

Die Voruntersuchung besteht aus einem Arbeitsblatt mit prototypischen Aufgaben der Grundschule mit dem die kognitiven Eingangsvoraussetzungen geklärt werden sollen (H1). Im zweiten Schritt werden mit Beispielen aus verschiedenen Schulbüchern die Schwierigkeiten der Kinder beim Lösen von Textgleichungen untersucht. Im dritten Teil werden die bereits verwendeten Schulbuchbeispiele auf der Zahlenebene bzw. auf der Sprachebene so verändert, dass sich für die Schüler die Lösung der Beispiele vereinfachen soll (H2).
Abschließend wird mit zwei Lehrern ein Interview geführt, das Aufschluss darüber geben soll, inwieweit die Lehrerpersönlichkeit bei der Lösung derartiger Textaufgaben eine Rolle spielt (H3). Eine genaue Beschreibung der einzelnen Untersuchungspunkte erfolgt im jeweiligen Unterabschnitt.

4.3 Das Forschungsfeld

Da im Rahmen dieser Diplomarbeit nur eine Fallstudie möglich ist, beschränkte sich die erhobene Fehleranalyse auf eine kleine Auswahl von Schulen. Um trotzdem eine vielfältige Stichprobe von Schülern zu erhalten, wurden Schulen aus unterschiedlichen Schultypen ausgesucht. Sechs Klassen nahmen an der Untersuchung teil, zwei Gymnasialklassen und vier Hauptschulklassen. Leider konnte noch keine Neue Mittelschule gewonnen werden, da aufgrund der erst kürzlich stattgefundenen Einführung dieses Schultyps noch keine Mittelschulklassen der für die Forschung notwendigen Schulstufe existierten. Weiters wurde darauf geachtet, dass Schulen aus dem städtischen wie aus dem ländlichen Gebiet in die Untersuchung einflossen. Das überprüfte Stoffgebiet wird bereits in der 7. Schulstufe gelernt, um jedoch sicherstellen zu können, dass alle Schüler das Thema bereits erarbeitet haben, wurde die Analyse zu Beginn der 8. Schulstufe durchgeführt.

4.4 Das erste Arbeitsblatt

Vorab soll der theoretische Hintergrund für die Durchführung des ersten Arbeitsblattes anhand der Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen der Schüler geklärt werden.
Bedeutsame kognitive Voraussetzungen für das Lösen von Textaufgaben sind flüssige Intelligenz und Vorwissen.

> „Unter flüssiger Intelligenz versteht man Flexibilität im Umgang mit allgemeinen Prozess- und Kontrollstrategien, die es ermöglichen, auch neue Aufgaben adäquat zu lösen“ (Renkl et al. 1994, S.30).

Neben dieser Fähigkeit, sich immer wieder auf neue Situationen einzustellen, ist als zentrales Merkmal flüssiger Intelligenz die Abstraktionsfähigkeit zu nennen. Die zweite kognitive Voraussetzung, das Vorwissen, trägt ebenfalls einen erheblichen Anteil an schulischen Leistungen bei (vgl. Renkl et al. 1994, S. 30).
Aus dieser Sachlage ergeben sich nach Renkl et al. (1994, S. 30) für die Intelligenz und das Vorwissen drei Effekte, auf die eine Leistungsvarianz zurückzuführen ist:

- der spezifische Effekt des Vorwissens, in den der intelligenzunabhängige Übungsertrag eingeht,
- den spezifischen Effekt der Intelligenz, in den Unterschiede in der allgemeinen Problemlösekompetenz eingehen und der zur Kompensation fehlenden Vorwissens genutzt werden kann,
- den konfundierten Effekt aus Vorwissen und Intelligenz, in den die Auswirkungen der Intelligenz auf die Lerngeschichte eingehen.

In der Studie von Renkl et al. (1994, S. 37) zeigt sich, dass die stärkste Auswirkung auf die Kompetenz, Textaufgaben zu lösen, der spezifische Effekt des Vorwissens hat. Flüssige Intelligenz hat auch einen bedeutsamen Einfluss auf diese Kompetenz, es liegt jedoch die Annahme nahe, dass sich die flüssige Intelligenz in erster Linie indirekt auf das Leistungsniveau auswirkt, d.h. über größeres Vorwissen. Hohe Intelligenz ermöglicht demnach den Erwerb einer soliden Vorwissensbasis, die sich fortschrittlich auf Lern- und Leistungsprozesse auswirkt.
Da in diversen Studien von Stern (Renkl & Stern 1994, Stern 1997, Stern 2003) an Volksschülern gezeigt wurde, dass der Großteil der interindividuellen Unterschiede im Lösen von Textaufgaben durch kognitive Eingangsvoraussetzungen erklärt werden kann und Unterrichtsmerkmale einen zwar bedeutsamen aber nur geringen Teil ausmachen (werden im Lehrerinterview genauer betrachtet, siehe S. 62), soll das erste Arbeitsblatt dazu dienen, die grundsätzlichen Fertigkeiten im Lösen von Textaufgaben der Schüler zu ermitteln.

Da es sich bei den in dieser Studie verwendeten Aufgabenstellungen um Beispiele aus der Volksschule handelt, kann angenommen werden, dass alle Schüler das notwendige Vorwissen mitbringen, um diese Aufgaben zu behandeln. Weiters kann an diesen Grundaufgaben festgestellt werden, ob bei den Schülern ein grundsätzliches Verständnis für Gleichungen existent ist.
Das ausgegebene Arbeitsblatt orientiert sich an den Prototypen von Textaufgaben, die von Riley, Greeno und Heller entwickelt wurden und bereits in mehreren Studien auf ihre Schwierigkeit getestet wurden (vgl. Stern 1997, S. 406), um eine solide Basis für die anschließende Fehleranalyse zu gewährleisten. Das Arbeitsblatt ist im Anhang unter *Arbeitsblatt mit prototypischen Aufgaben* (siehe S. 109) zu finden.

4.4.1 Datenerhebung

Bei der Durchführung der Untersuchung wurde darauf geachtet, dass bei der Ausgabe der Arbeitsblätter stets dieselben Instruktionen an die Schüler weitergegeben wurden. Aus diesem Grund habe ich die Einleitung in die Aufgabenstellung persönlich durchgeführt.
Eine Zeiteinschränkung von 13 Minuten bei der Ausarbeitung sollte eine Druckerhöhung auf die Teilnehmer bewirken, um die Herausforderung trotz relativ einfacher Aufgabenstellung zu steigern. Die Zielsetzung wurde so festgelegt, dass von den Schülern eine adäquate Gleichung verlangt wurde, um ihr Verständnis für den Einsatz von Gleichungen zu überprüfen.
Eine mögliche Schwierigkeit und Herausforderung seitens der Schüler war es, ein optimales Zeitmanagement zu schaffen, um alle Aufgaben absolvieren zu können. Außerdem wurde vorab damit gerechnet, dass etliche Schüler die Arbeitsanweisung nicht genau durchlesen werden. Leider wurde teilweise auch durch Kommentare und Argumentation seitens der anwesenden Lehrpersonen das Ergebnis wahrscheinlich geringfügig verzerrt.

4.4.2 Datenaufbereitung und -auswertung

Da die Stichprobe mit einem Umfang von knapp hundert Schülern ziemlich klein ist, wurde die Kontrolle der Lösungen per Hand gemacht. Es wurde anschließend eine Strichliste angefertigt, in die eingetragen wurde, ob die Arbeitsanweisung erfüllt wurde und ob das jeweilige Beispiel richtig gelöst wurde. Diese Daten wurden in eine Excel-Tabelle übertragen und abschließend wurden Diagramme erstellt, um eine bessere Übersicht zu gewährleisten.

4.4.3 Darstellung und Interpretation der Ergebnisse

Die Ergebnisse der Auswertung zum ersten Arbeitsblatt in vier voneinander unabhängigen Schulen und sechs Klassen der 8. Schulstufe zeigten, dass von den 98 teilnehmenden Schülern eine Mehrheit von 58 % (57 Schüler von 98) zur Lösung der Aufgaben eine wie in der Aufgabenstellung geforderte Gleichung heranzog. 42 % (41 Schüler von 98) der Teilnehmer verwendeten keine Gleichungen, um die Beispiele zu rechnen. Abbildung 11 zeigt eine Veranschaulichung der Ergebnisse in Form eines Tortendiagramms.

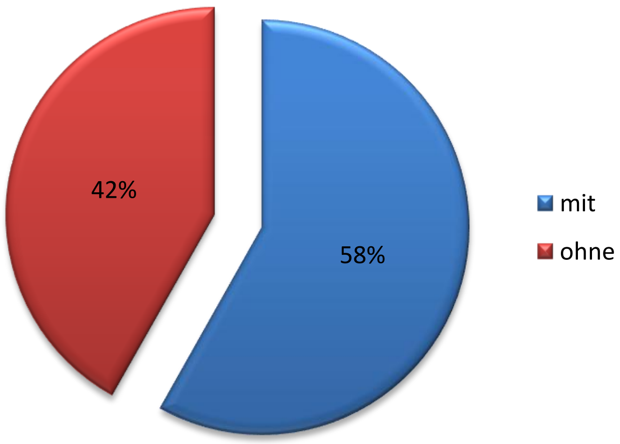


Abbildung 11: Prozentsätze der Teilnehmer, die Gleichungen zur Lösung von Aufgaben heranzogen oder ohne Gleichungen arbeiteten.

Die ersten beiden Beispiele konnten noch von 91 der 98 (93 %) teilnehmenden Schüler gelöst werden. Bei den folgenden Aufgaben kam es zu einem stetigen Abfall der richtig gelösten Beispiele. Die dritte Herausforderung lösten noch 90 Teilnehmer, die Vierte 89 Schüler und das fünfte und sechste Beispiel bewältigten noch 86 von 98 Kinder. Dies bedeutet, dass die Lösbarkeit zwischen der ersten und der sechsten Aufgabe lediglich 5 % Schwankung unterliegt.

Danach sank die Leistung drastisch von knapp 80 % (79 Personen lösten die Aufgabe) auf etwa 50 % herab, was einerseits auf die kurze zur Verfügung stehende Zeit (13 Kinder konnten die achte und neunte Aufgabe nicht mehr in der vorgegebenen Zeit lösen), als auch auf die Schwierigkeit der Herausforderung zurück zu führen sein dürfte. Um die Ergebnisse der einzelnen Beispiele detaillierter zu betrachten, wurde ein Säulendiagramm ausgearbeitet, das den Erfolg der Schüler bei den einzelnen Beispielen verdeutlichen soll.

Das Säulendiagramm in Abbildung 12 zeigt die Erfolgsentwicklung der Schüler bei den unterschiedlichen Aufgabenstellungen und die resultierenden Probleme beim Zeitmanagement zur Lösung aller Aufgaben im gegebenen Zeitfenster. Der blau unterlegte Teil repräsentiert die Schüler, die das Beispiel mit Gleichung gelöst haben, während der rote Teil des Balkens, diejenigen Schüler angibt, welche ohne Gleichung zu einem Ergebnis gekommen sind.

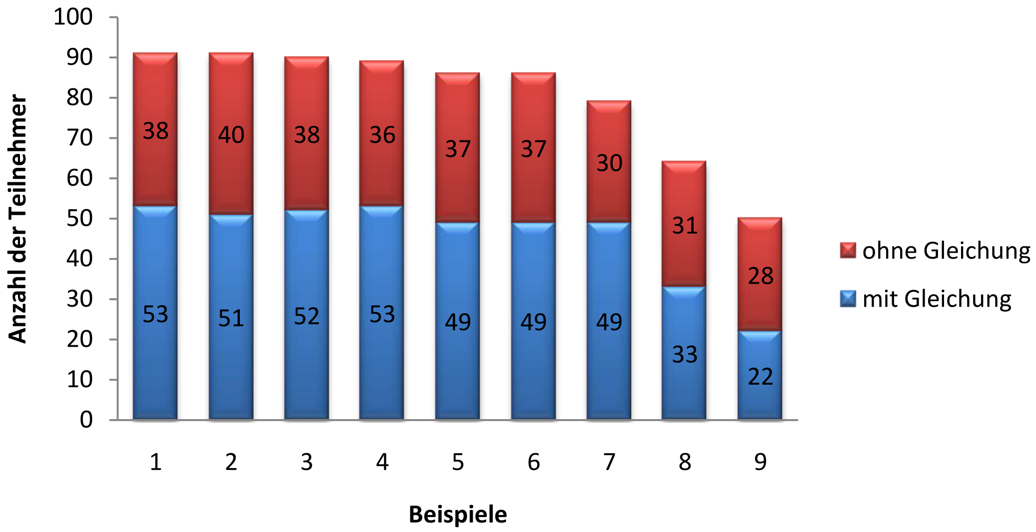


Abbildung 12: Richtige Lösungen bei den gestellten Aufgaben.

Eines der größten Probleme bestand vermutlich darin, dass die wenigsten Schüler sich die Aufgabenstellung detailliert durchgelesen haben. Es wurde einfach gleich drauf los gerechnet. Insgesamt gab es nur 7 von 98 Schülern, die der Aufgabenstellung vollständig nachgekommen sind, d.h. eine Gleichung angegeben haben, einen Antwortsatz geschrieben haben und zusätzlich noch alle Beispiele richtig gerechnet haben.

Trotz der Zeitprobleme und der ungenauen Vorgehensweise der Schüler kann davon ausgegangen werden, dass die Teilnehmer der Untersuchung über das nötige Vorwissen verfügten, um die nachfolgenden Textaufgaben lösen zu können. Die erste Hypothese (H1), dass Vorwissen und Intelligenz eine Rolle spielen, wird demnach eher nicht die Ursache für die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben der meisten teilnehmenden Schüler sein.

4.5 Das zweite Arbeitsblatt

Mit Hilfe des ersten Arbeitsblattes wurde überprüft ob bei den Schülern das notwendige Vorwissen für die Beispiele des zweiten Arbeitsblattes vorhanden ist. Das zweite Arbeitsblatt beinhaltet komplexere Aufgaben aus Schulbüchern der 7. Schulstufe, bei denen die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben bereits erkennbar sein sollten.
Wie bereits im Kapitel ‚Theoretische Grundlagen' erläutert wurde, sollte ein Schüler nach Abschluss einer jeden Schulstufe bestimmte fachliche und allgemeine Kompetenzen erworben haben, die ihn befähigen Aufgaben der jeweiligen Schulstufe zu lösen. Diese werden im offiziellen Lehrplan des Bundesministeriums für Unterricht, Kunst und Kultur und in den Bildungsstandards für jedes Fach und jeden Jahrgang genau beschrieben. Die Schulbücher, die für die Erstellung der Arbeitsblätter herangezogen wurden, orientieren sich mit ihrem Inhalt und den entsprechenden Aufgabenstellungen ebenfalls am Lehrplan der 7.Schulstufe. Demzufolge sollte ein Schüler, der die Schulbuchaufgaben zu einem bestimmten Kapitel lösen möchte, das geforderte Wissen und die mathematischen Fähigkeiten, die an ihn gestellt werden, bereits aus seiner vergangenen Schulzeit verinnerlicht haben. Jedoch kann bei dieser Vorstellung von einem Idealfall ausgegangen werden, der mit der Realität des Schulalltages nicht zur vollkommenen Deckung gebracht werden kann. Aus diesem Grund wurde versucht, adäquate Beispiele aus Schulbüchern zu wählen, die einerseits die Erwartungen des Lehrplans treffen und andererseits das Leistungsniveau der Schüler beurteilen lassen. Das Arbeitsblatt mit den verwendeten Beispielen ist im Anhang unter *Arbeitsblatt mit Schulbuchaufgaben* (siehe S. 110) zu finden.

4.5.1 Datenerhebung, -aufbereitung und -auswertung

Bei der Durchführung des geplanten zweiten Forschungsschrittes tauchten unerwartete Schwierigkeiten auf. Der reibungslose Ablauf der ersten Stufe konnte nicht vollständig wiederholt werden, da die Unterstützung einer Klasse durch die Lehrkraft verweigert wurde. Die Lehrkraft wollte mit ihrer Klasse nicht weiter an der Untersuchung teilnehmen, da ihre Schüler beim ersten Arbeitsblatt im Vergleich zu den anderen Klassen schlecht abschnitten. Bei einer weiteren Klasse war bei der angesetzten Durchführung nur ein Bruchteil der Schüler aufgrund einer schulischen Veranstaltung anwesend.
Nichtdestotrotz nahmen an der Behandlung des zweiten Arbeitsblattes 44 Schüler aus wiederum 3 Klassen der 8. Schulstufe teil.
Bei dieser Testung wurden im Unterschied zum ersten Arbeitsblatt die Lösungen der Schüler nicht völlig anonym abgegeben. Die Schüler sollten zu Beginn der Einheit am rechten oberen Rand einen Code anführen. Diese Wiedererkennung besteht aus sechs

Zeichen, die sich aus dem Anfangsbuchstaben des Vornamens des Vaters, dem Anfangsbuchstaben des Vornamens der Mutter, dem Geburtstag und dem Geburtsmonats des Schülers zusammensetzt. Ein Beispiel für einen derartigen Code wäre PG2905 (P für Paul, G für Gisela, 2905 für den 29. Mai). Für den Fall, dass sich interessante Entwicklungen bei einigen Schülern zwischen dem zweiten und dem dritten Arbeitsblatt ergeben, wurde diese Möglichkeit zur Zuordnung der entsprechenden Schülerantworten eingeführt.
Da sich die teilnehmende Schüleranzahl in Grenzen hielt, erfolgte die Datenaufbereitung wie beim ersten Arbeitsblatt.

4.5.2 Darstellung und Interpretation der Ergebnisse

Die Ergebnisse des zweiten Arbeitsblattes zeigten, dass das erste zu lösende Beispiel relativ problemlos von den Schülern bearbeitet werden konnte, wobei 41 von 44 teilnehmenden Schülern (93 %) die Aufgabe fehlerfrei und mit Gleichung lösten.
Die meisten der Schüler lösten das Beispiel wie in der folgenden Abbildung:

A) Multipliziert man eine Zahl mit 12, so ist das Ergebnis um 22 größer als 50.
Wie lautet die Zahl?

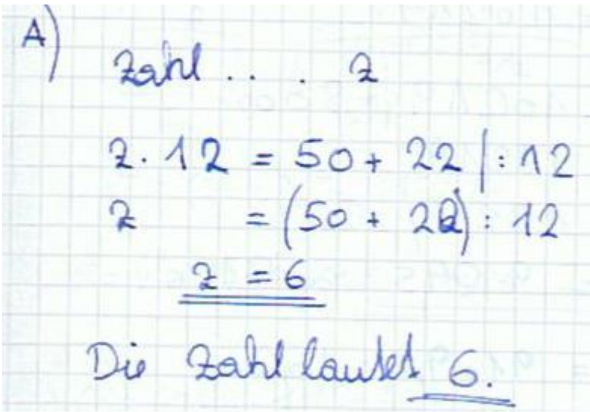
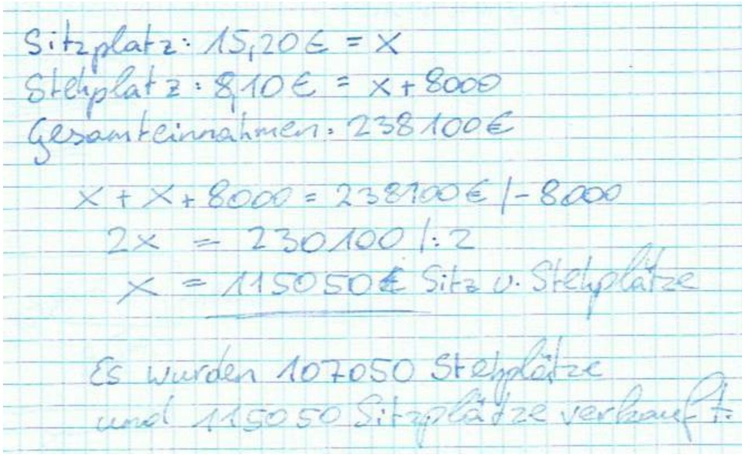


Abbildung 13: Typische Schülerlösung des ersten Beispiels.

Bei der zweiten Aufgabe offenbarten sich die größten Schwierigkeiten, da aufgrund der komplexeren Angabe nur 18 %, also 8 von 44 Schülern die Herausforderung bewältigen konnten. 4 Schüler konnten weiters einen passenden Ansatz kreieren, scheiterten jedoch an der Vervollständigung.
Die größte Schwierigkeit dürfte für die Schüler darin bestanden haben, dass nur nach der Anzahl der Plätze gefragt wurde, sie für die Lösung des Beispiels aber die Plätze mit den zugehörigen Preisen verknüpfen mussten. Nachstehendes Beispiel soll dieses Problem aus einer typischen Schülerlösungen verdeutlichen:

B) Bei einem Fußballspiel kostet ein Sitzplatz 15,20 €, ein Stehplatz 8,10 €. Für ein Meisterschaftsspiel werden um 8 000 Stehplätze weniger als Sitzplätze verkauft. Die Gesamteinnahmen betragen 238 100 €.
Wie viele Steh- und Sitzplatzkarten wurden ausgegeben?


Sitzplatz: 15,20€ = x
Stehplatz: 8,10€ = x + 8000
Gesamteinnahmen: 238100€

x + x + 8000 = 238100€ |−8000
2x = 230100 |:2
x = 115050€ Sitz u. Stehplätze

Es wurden 107050 Stehplätze
und 115050 Sitzplätze verkauft.

Abbildung 14: Typische Schülerfehler des zweiten Beispiels.

Beim abschließenden dritten Beispiel fanden 17 von 44 Schülern den richtigen Lösungsansatz, 13 Schüler (30 %) konnten ihn richtig zu Ende rechnen, 4 Schüler scheiterten bei der Finalisierung der Aufgabe.

Im Folgenden sollen zwei Schülerlösungen präsentiert werden. Die Erste zeigt die typische Lösung, nach der die meisten Schüler vorgegangen sind. Die Zweite hingegen kam nur einmal vor, da es sich aber um einen sehr interessanten Lösungsweg handelt, soll er hier nicht vorenthalten werden. Diese Lösung zeigt des Weiteren, dass man durch Modellierung in Form einer durchdachten Skizze und metakognitiven Kompetenzen (der Schüler hat seinen Lösungsweg überwacht und einen Fehlversuch auch erkannt) auch ohne die übliche Gleichung zu einer richtigen Lösung kommen kann.

C) Die Cowboys Tom und Bill besitzen quadratische Weidegründe für ihre Pferde. Da das Grundstück von Bill eine um 7,8 m längere Seite hat, steht ihm eine um 1 152,84 m² größere Weidefläche zur Verfügung als Tom. Kannst du die Größe jedes Grundstücks berechnen?
Hinweis: Zeichne dir eine Skizze!

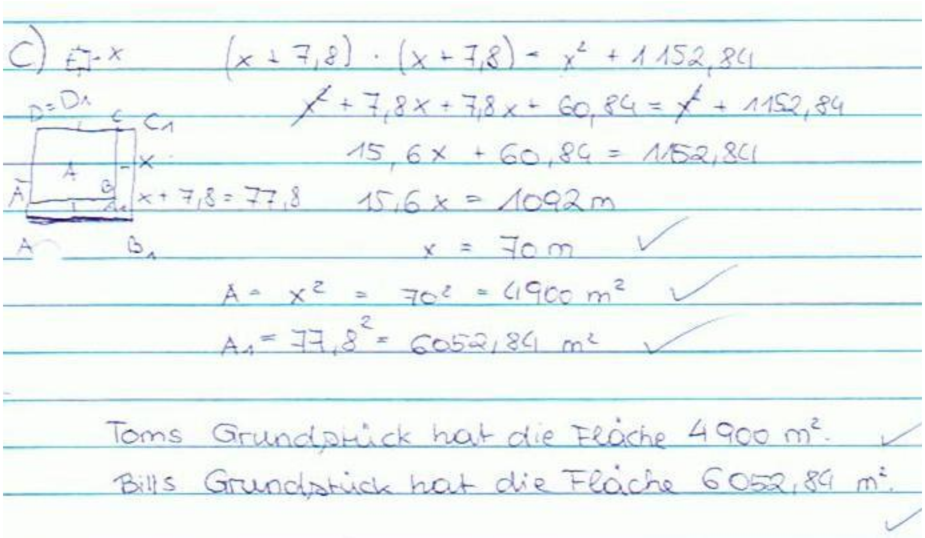


Abbildung 15: Typische Schülerlösung des dritten Beispiels.

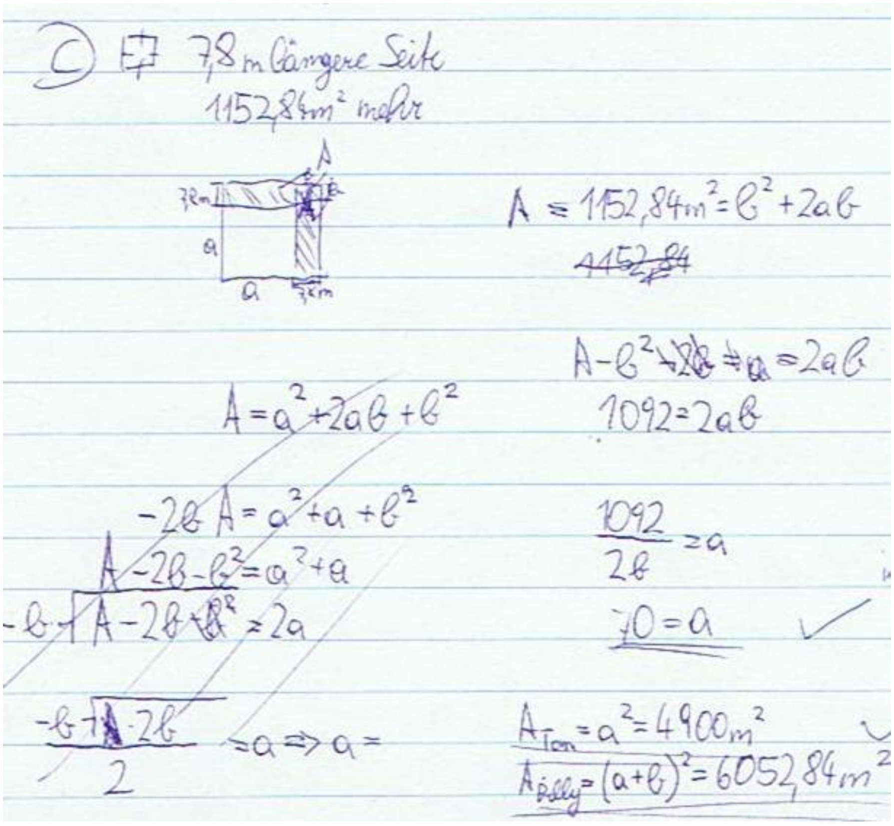


Abbildung 16: Interessante Schülerlösung des dritten Beispiels.

In der Abbildung 17 können sie die gesamten Ergebnisse des durchgeführten Arbeitsauftrages noch einmal anschaulich nachvollziehen:

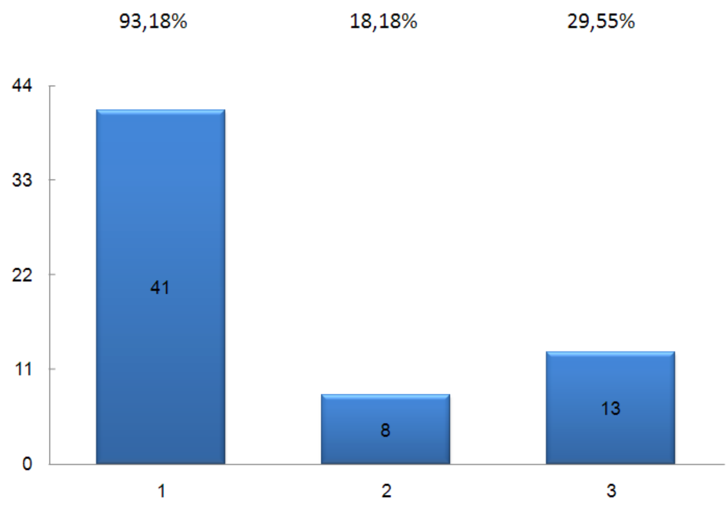


Abbildung 17: Anzahl der richtigen Schülerlösungen des 2. Arbeitsblattes.

4.5.3 Diskussion der Schülerfehler

Als größte Schwierigkeit der Schüler beim Lösen von Textaufgaben kristallisierte sich die Kompetenz, sich auf eine Variable zu beschränken, heraus, sowie den Zusammenhang zwischen zwei Variablen zu nutzen, um durch Substitution einer Variablen einen Ausdruck in der anderen Variablen zu erhalten.

Viele Schüler scheitern bereits am Aufstellen der Gleichungen. Sie sind nicht in der Lage auf erlerntes methodisches Wissen zum Modellieren von Gleichungen zurückzugreifen und den Modellierungsprozess zu überwachen. Das nötige Vorwissen für das Lösen von komplexeren Beispielen scheint daher noch nicht vorhanden zu sein.

Überraschend ist auch die Tatsache, dass nur ein Schüler durch anschließende Probe die Richtigkeit seiner Ergebnisse kontrolliert hat.

Ein Fehler, der bei den Schülern immer wieder zu beobachten war, wurde auch von Malle (1993, S. 111) beschrieben: Dabei sehen Schüler das Gleichheitszeichen als Entsprechung an und missachten die Gleichheit auf beiden Seiten der Gleichung.

Bei dem Beispiel zur Berechnung der Gesamteinnahmen haben es viele Schüler verabsäumt, den Preis der Einzelplätze mit der Anzahl zur Verfügung stehender Sitzplätze zu multiplizieren, demnach fehlt das Verständnis des Begriffes Gesamteinnahmen. Weiters vergaßen einige Schüler, die zusätzlichen 8000 Sitzplätze für die Ermittlung der Gesamteinnahmen mit einzubeziehen.

Beim dritten Beispiel fehlte zum Teil das nötige geometrische Vorwissen, das heißt manche Schüler verwendeten nicht die Flächenformel des Quadrats zur Lösung des Beispiels sondern griffen auf andere Formeln zurück wie die Umfangsformel oder die Flächenformel des Rechtecks.

Ein großes Problem stellte auch die Verwendung der binomischen Formel dar. Die nötigen Lernvoraussetzungen für die Lösung der Beispiele wären nach Absprache mit der jeweiligen Lehrkraft eigentlich gegeben gewesen. Daraus lässt sich schließen, dass es einigen Schülern am Verständnis für Zusammenhänge von einzelnen Sachverhalten fehlt.

Allgemein lässt sich festhalten, dass die Teilnehmer oftmals falsche oder nicht adäquate Gleichungsansätze konstruierten, die es ihnen nicht erlauben, Beziehungen zwischen Sitz- und Stehplätzen oder unterschiedlichen Grundstücken zu knüpfen. Falls der passende Lösungsansatz gefunden wurde, wurden Fehler bei Äquivalenzumformungsschritten, Auflösungen von Klammern oder einfach beim Abschreiben vom Taschenrechner begangen.

Auffallend ist die Tatsache, dass ein falsch gelöstes erstes Beispiel, bei dem ein Grundverständnis von Zusammenhängen in Form von Gleichungen vorausgesetzt wurde, unweigerlich auch zu einem Scheitern bei den folgenden Aufgaben führte. Also ist die Schwierigkeit in erster Linie nicht algorithmischer Natur, sondern liegt im Modellierungsprozess einer Realsituation.

4.6 Das dritte Arbeitsblatt

Im dritten Arbeitsblatt soll basierend auf den Ergebnissen des zweiten Arbeitsblattes untersucht werden, ob eine Vereinfachung in der numerischen oder der sprachlichen Ebene, das Lösen der Beispiele erleichtert. Dabei soll geklärt werden wie Transfereffekte bei Schülern zu Stande kommen und welche Variante der Vereinfachung (Zahlen- oder Sprachebene) der Aufgaben eine Auswirkung auf den Erfolg der Schüler hat. Die Arbeitsblätter mit den veränderten Beispielen sind im Anhang unter *Arbeitsblatt mit veränderter Zahlenebene* und *Arbeitsblatt mit veränderter Sprachebene* (siehe S. 111-112) zu finden.

4.6.1 Datenerhebung

Die Umsetzung des dritten Forschungsschrittes mit einer Vereinfachung der Beispiele auf der Zahlen- bzw. Sprachebene war mit einigen auftauchenden Hindernissen verbunden. Die reibungslose Durchführung der Leistungsermittlung der teilnehmenden Klassen wurde durch die Absage zweier Lehrkräfte erschwert.
An der Befragung des dritten Arbeitsblattes nahmen nur mehr 34 Schüler aus zwei voneinander unabhängigen Gymnasialklassen der 8. Schulstufe teil. Die Gründe für die verminderte Teilnehmeranzahl wurde bereits im Unterabschnitt 4.5.1 beschrieben. Die Hälfte der Schüler (17 Personen) bekamen das Arbeitsblatt mit veränderter Zahlenebene und die andere Hälfte der Schüler (ebenfalls 17 Personen) das Arbeitsblatt mit veränderter Sprachebene.
Beim dritten Arbeitsblatt wurde wiederum die in Unterkapitel 1.5 vorgestellte Codierung zur Zuordnung der entsprechenden Schülerantworten verwendet.
Da sich die teilnehmende Schüleranzahl in Grenzen hielt, erfolgte die Datenaufbereitung wie beim ersten Arbeitsblatt.

4.6.2 Datenauswertung – Darstellung und Interpretation der Ergebnisse

Die Behandlung des dritten Arbeitsblattes durch die teilnehmenden Schüler führte zu dem Ergebnis, dass Beispiele, die auf der numerischen Ebene vereinfacht wurden, allgemein mit weniger Erfolg gelöst wurden, wie sprachlich vereinfachte Aufgaben. Konkret lösten von 17 Teilnehmern das erste numerisch vereinfachte Beispiel 15 Schüler (88 %) relativ problemlos, wohingegen beim zweiten Beispiel nur 24 %, also 4 von 17 Schülern erfolgreich waren und ein weiterer Schüler zumindest eine adäquate Gleichung konstruierte. Die dritte Aufgabe, die auf der Zahlenebene vereinfacht wurde, lösten immerhin 12 von 17 Schülern, was einem Prozentsatz von 71 % entspricht.

Bei den sprachlich veränderten Aufgaben reüssierten beim ersten Beispiel 14 von 17 Schüler (82 %) und drei weitere scheiterten nach gefundenem Ansatz an Umformungsschwierigkeiten oder an Konzentrationsfehlern. Bei dem zweiten Beispiel schnitten die Kinder analog zu den numerisch vereinfachten Beispielen am schlechtesten ab, indem nur 56 %, oder 10 von 17 Teilnehmern das mathematische Problem lösen konnten. Abschließend fanden 13 von 17 Schülern (77 %) beim dritten Beispiel der sprachlich vereinfachten Aufgaben die richtige Lösung samt Gleichung.

Um die Darstellung der Ergebnisse anschaulich aufzubereiten, werden die Resultate der unterschiedlich vereinfachten Aufgaben gegenübergestellt und verglichen. Wie bereits angedeutet sind die sprachlich vereinfachten Beispiele in Relation zu den numerisch vereinfachten Aufgaben erfolgreicher gelöst worden.
Diese Tatsache kann der Abbildung 18 entnommen werden, die aufzeigt, dass vor allem die Beispiele 2 und 3 auf der sprachlichen Ebene von mehr Teilnehmern richtig bewältigt wurden. Beim ersten Beispiel liegt der Lösungslevel sehr hoch, wobei hier die numerisch erleichterten Aufgaben knapp besser gelöst wurden. Jedoch muss erwähnt werden, dass die Gleichung bei allen der 17 partizipierenden Schüler auf der Sprachebene richtig aufgestellt wurde und ein herausragendes Resultat nur durch 3 fehlerhafte Umformungen verhindert wurde.

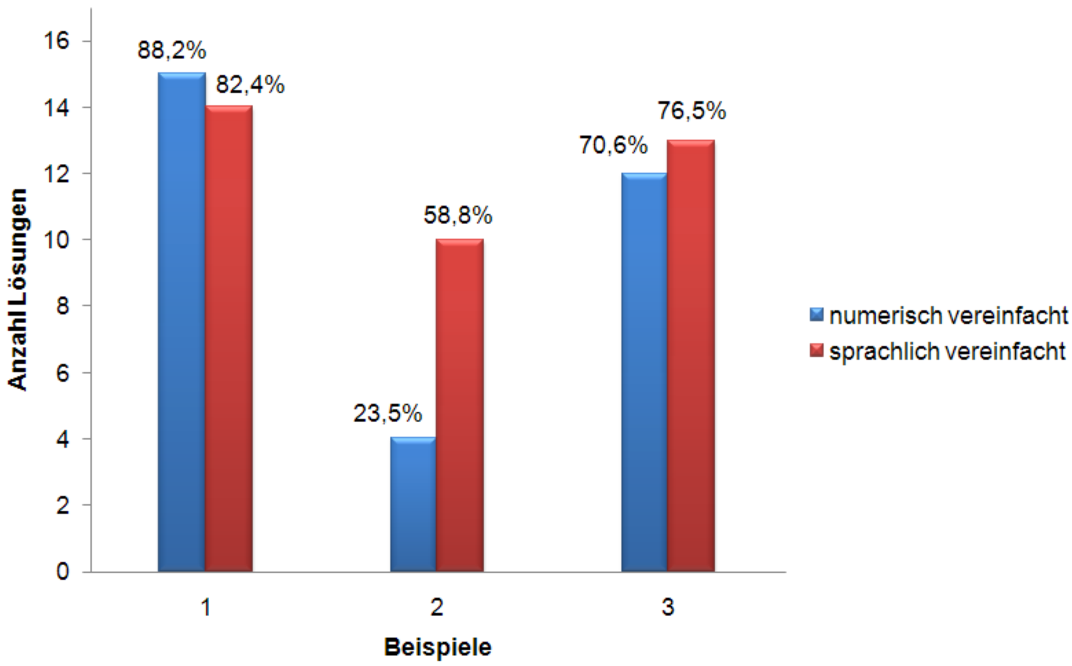


Abbildung 18: Vergleich der Ergebnisse auf Sprach- bzw. Zahlenebene.

4.6.3 Diskussion der Ergebnisse

Bei der Analyse der Ergebnisse des dritten Arbeitsblattes wurde ersichtlich, dass alle Fehler, die beim Lösen der Aufgaben von den Schülern begangen wurden, bereits beim zweiten Arbeitsblatt auftauchten. Vor allem das Verfassen von geforderten Antworten und das Formulieren eines Ansatzes, also das Ziel der Modellierung, wurden von einigen Teilnehmern gar nicht durchgeführt. Gleichheitszeichen wurden teilweise inadäquat verwendet, sowie Preise und Anzahlen vermischt. Weiters passierten Fehler bei mathematisch algorithmischen Aufgaben, wie beim Addieren oder beim Lösen der binomischen Formel.

Grundsätzlich konnte durch die Adaptierung der Aufgaben eine Verbesserung bei der Quote der richtig gelösten Beispiele erreicht werden. Das erste Beispiel weicht leicht von dieser Tendenz ab, da auf der numerisch vereinfachten, wie auch auf der sprachlich vereinfachten Ebene weniger Schüler (88 % bzw. 82 %) die Aufgaben richtig lösen konnten. Hingegen konnten das erste Beispiel beim 2. Arbeitsblatt ganze 93 % der Schüler korrekt lösten. Hier kann jedoch von einer Zufallsschwankung ausgegangen werden.

Im Vergleich zu den 18 % der Schüler, die das zweite Beispiel des 2. Arbeitsblattes erfolgreich bewältigten, ist der Anstieg auf 59 % (10 von 17 Schüler) beim zweiten Beispiel, welches auf der sprachlichen Ebene vereinfacht wurde, beachtlich.
Die Steigerung um über 40 % ausgehend vom 2. Arbeitsblatt ist beim dritten Beispiel ebenfalls auf die Adaptierung der Beispiele zurückführbar. Auch bei diesem Beispiel konnten die Schüler, die auf der sprachlichen Ebene vereinfachte Aufgabe am besten lösen. Graphisch veranschaulicht ergeben diese Ergebnisse folgendes Bild:

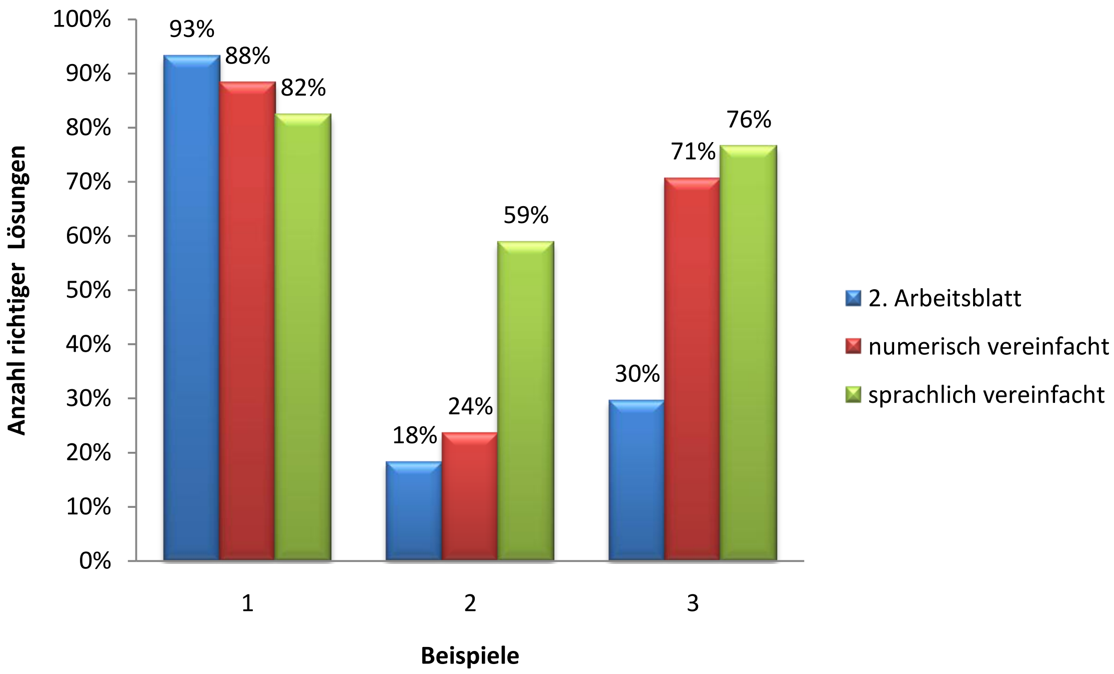


Abbildung 19: Vergleich der Anzahl der richtigen Schülerlösungen.

Wie man in der Graphik erkennen kann, konnte in dieser Kleinfeldstudie ein Erfolg in Form einer Steigerung der Lösbarkeit von Textaufgaben durch eine Abänderung der Beispiele, vor allem auf der sprachlichen Ebene, verzeichnet werden. Wie oben schon beschrieben wurde, konnte vor allem beim 2. Beispiel durch die sprachliche Abänderung des Beispiels ein starker Anstieg in der Lösbarkeit erzielt werden, folglich hilft bei schweren Aufgaben die Vereinfachung auf der sprachlichen Ebene am meisten. Demnach kann in dieser kleinen Versuchsgruppe die zweite Hypothese (H2), dass die Art der im Mathematikunterricht eingesetzten Lernaufgaben eine Ursache für die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben zu linearen Gleichungen, bestätigt werden.

4.7 Das Lehrerinterview

Im Anschluss an die Schülertestphase wurden stichprobenartig zwei Lehrerinterviews geführt, um einen Einblick in den Lehr- und Lernprozess der getesteten Klassen aus Lehrersicht zu erhalten. Ziel war es eigenständige Rückschlüsse aus den Resultaten der durchgeführten Arbeitsblätter zum Lösen von Textaufgaben zu erhalten, sowie die Probleme und Schwierigkeiten und das didaktische Vorgehen der Lehrperson zu beleuchten. Weiters wurde ein Fokus auf die Schwerpunktsetzung im Unterricht gelegt und die lerntheoretischen Überzeugungen der Lehrer beleuchtet. Der im Zuge einer umfangreichen Literaturrecherche entdeckte und im Theorieteil bereits diskutierte wissenschaftliche Artikel von Dubberke et al. (2008), zum Thema ‚lerntheoretische Überzeugungen von Mathematiklehrkräften und deren Einflüsse auf die Unterrichtsgestaltung und den Lernerfolg der Schüler', erwies sich als besonders geeignete Grundlage für die durchgeführten Lehrerinterviews.
Die relativ große Freiheit der Lehrer, welche Art von Aufgaben sie im Unterricht behandeln, sehen Renkl und Stern (1994, S.31) als wichtige Quelle der individuellen Leistungsunterschiede im Lösen von Textaufgaben und untersuchen dies in ihrer Arbeit. Ein Ergebnis der Untersuchung wies auf das Merkmal hin, dass sich Lehrer von den kognitiven Eingangsvoraussetzungen ihrer Schüler leiten lassen und vermehrt in stärkeren Klassen Aufgaben stellen, die auf mathematisches Verständnis abzielen (vgl. Renkl et al. 1994, S. 37). Im Zuge des Lehrerinterviews wurde desweiteren auch diese Fragestellung aufgegriffen, um zu klären, ob und wie ausgeprägt die befragten Lehrkräfte auf die kognitiven Eingangsvoraussetzungen ihrer Schüler in der Unterrichtsgestaltung eingehen.

4.7.1 Durchführung der Lehrerinterviews

Das Lehrerinterview widmet sich vier großen Hauptthemen und zu jedem Thema wurden ein paar Fragen vorbereitet. Um eine suggestive Richtung der Fragestellung zu vermeiden, durch die die Lehrperson schon aus der Art der Fragen zu einer bestimmten Antwort beeinflusst wird, wurde eine offene Herangehensweise gewählt, in der die einzelnen Fragen zu den Hauptthemen nicht nacheinander, sondern abwechselnd aus den verschiedenen Themenbereichen je eine Frage gestellt wurde.
Demnach handelt es sich bei den geführten Lehrerinterviews um teilstrukturierte Interviews. Beim teilstrukturierten Interview sind zwar die Fragen bereits vorbereitet und formuliert, die Reihenfolge dieser kann der Interviewer jedoch selbst festlegen (vgl. Atteslander 2003, S. 148).

Die Durchführung der Befragung der Lehrkräfte wurde auf Band aufgezeichnet und im Anschluss transkribiert und schriftlich festgehalten. Die Interviewfragen im Detail sind im Anhang unter *Lehrerinterviewfragen* (siehe S. 113-114) zu finden.

4.7.2 Darstellung und Interpretation der Interviewergebnisse

Bei den beiden ausgewählten Lehrpersonen, die beim Lehrerinterview über ihre Konzepte des Unterrichts berichteten, handelt es sich um diejenigen Lehrkräfte, die in jeweils einer der Klassen unterrichten, in denen alle drei Arbeitsblätter des vorliegenden konstruktiven Teils ausgegeben wurden. Weiters sollte angemerkt werden, dass die befragten Lehrer beide an verschiedenen Realgymnasien unterrichten.
Interessanterweise verfügen beide Lehrkräfte zufällig über die gleichlange Dienstzeit und dem damit einhergehenden Erfahrungsschatz, sowie über die gleiche Fächerkombination und eignen sich aufgrund dieser Parallelitäten sehr für die Befragung. Die Ergebnisse des Interviews werden hier zum Schutz der Lehrer anonym dargestellt und die Namen der Lehrpersonen mit ihrem Anfangsbuchstaben abgekürzt. Weiters werden in der folgenden Darstellung der Lehrerinterviews die beiden Befragungen zusammengefasst, gegenübergestellt und die wichtigsten Erkenntnisse herausgehoben.

4.7.2.1 Inhaltliche Schwerpunkte der Lehrkräfte in ihrem Unterricht

Inhaltliche Schwerpunkte werden vor allem im Umgang und der Auseinandersetzung mit der Sprache der Mathematik, sowie den mathematischen Grundkompetenzen gelegt. Weiters wird versucht Strukturen und Arbeitshaltungen nahe zu bringen und die Ausbildung der Fähigkeit zur Selbstreflexion der Schüler ein Schwerpunkt in der Unterrichtsgestaltung ist.
Für beide Lehrkräfte ist es Ziel des Unterrichts, dass sie versuchen den Schülern die Freude an der Mathematik zu übermitteln, ein produktives und angenehmes Arbeitsklima zu schaffen, um erfolgreich arbeiten zu können und dass die Schüler die gemeinsam definierten Spielregeln des Unterrichts befolgen. Dabei ist es wichtig, dass sich die Schüler gegenseitig unterstützen, Gemeinschaften wachsen und somit durch Interaktion ein Umfeld geschaffen wird, in dem sich jedes Mitglied wohlfühlt.

4.7.2.2 Lerntheoretische Überzeugungen und deren Einflüsse auf die Unterrichtsgestaltung und den Lernerfolg von Schülern

Im ersten Fragenblock sollen die lerntheoretischen Überzeugungen der Lehrkräfte untersucht werden. Dies erfolgt anhand von Fragestellungen, die Aufschluss darüber geben, ob die Lehrperson eher zu behavioristischen oder konstruktivistischen

Vorstellungen tendieren. Zusammen mit den nachfolgenden Blöcken, die den Fragen nachgehen, wie der Unterricht gestaltet wird, ob Lerngelegenheiten geschaffen werden, die kognitive Aktivierung fördern und inwieweit die Lehrer ihre Schüler konstruktiv unterstützen, soll geklärt werden, ob es dadurch möglicherweise Einflüsse auf den Lernerfolg der Schüler gibt.

Bei den Fragen, die die lerntheoretischen Überzeugungen der Lehrer prüfen sollten, stimmten beide befragten Lehrkräfte zu, dass Mathematik durch eine Sammlung von Verfahren und Regeln geprägt sei, bis zu einem gewissen Grad jedoch auch Kreativität und logisches Denken zur Lösung von Aufgabenstellungen führen.

Bezüglich der Fragestellungen zum Üben von Aufgaben, stellte sich eine leicht abweichende Meinung dar, weil die Lehrkraft M. die Ansicht vertritt, dass Schüler neben dem einfachsten Lösungsweg auch herausfordernde Schritte kennen lernen sollen. Dieses kreativitätsfördernde Vorgehen wird von der Lehrkraft B. bewusst gering gehalten, um schwächere Schüler nicht zu sehr zu verwirren und damit liegt im Unterricht von B. der Schwerpunkt auf dem Wiederholen von Grundkompetenzen. Das Festigen von Regeln, die Etablierung von Sicherheit und Selbstvertrauen wird hierbei durch Hausübungen und Tafelübungen im Unterricht erzielt.

Im Detail äußerte sich M. zu dem Impuls *‚…bei Aufgaben mit mehreren Lösungswegen ist es meistens sicherer, sich auf das Üben eines einzigen Weges zu beschränken und der effizienteste Lösungsweg einer Aufgabenklasse sollte durch Üben eingeschliffen werden…‘:*

> „Dem stimme ich absolut nicht zu. Mir ist es äußerst wichtig, dass Schüler unterschiedliche Terminologien und Sprechweisen der Mathematik parallel kennenlernen und sich damit auseinandersetzten. Natürlich kann es bei schwächeren Schülern zur Verwirrung bzw. zur Ratlosigkeit kommen, da das üblich funktionierende Prinzip, die Aufgaben mit einem ‚Rezept‘ zu lösen dadurch erschwert wird. Begabte Schüler haben jedoch dadurch eine verbreiterte Wissensbasis und können durch Differenzierung das optimal passende Modell zur Lösung wählen.“

An diesen Unterschied knüpft sich auch das abweichende Erarbeiten von Stoffinhalten in Zusammenarbeit mit den Schülern an. M. verfolgt die Strategie, Schülern mit situationsbezogenem Unterricht eine effektive Form des Lernens zukommen zu lassen, indem verschiedene Methoden einbezogen werden. B. setzt einen Schwerpunkt auf Frontalunterricht und bevorzugt die Unterstützung der Schüler bei zu lösenden Aufgabenstellungen an der Tafel. Dadurch werden Stärken und Schwächen offensichtlich und können gemeinsam behandelt werden.

Im Bezug auf die Fragen, ob die Lehrkraft Lerngelegenheiten zur *kognitiven Aktivierung* unterstütze, räumen beide Lehrpersonen ein, dass es ihnen oftmals am letzten Nachdruck fehlt, von den Schülern eine Argumentation ihrer Rechenschritte zu fordern. Ziel sollte sein, dass die Schüler über ihre begangenen Fehler reflektieren und somit daraus für nachfolgende Beispiele lernen und Schwächen reduziert werden. Um dieses Ziel zu erreichen, wäre eine funktionierende Gruppendynamik der Klasse wünschenswert, die durch Interaktion und Zusammenarbeit Wissen bildet.
Verschiedene Lösungswege bei Aufgaben werden von beiden Lehrkräften vorgestellt, wobei B. den Fokus auf die Oberstufe setzt, wo sich voraussetzende Grundregeln gefestigt haben. M. beschreibt im Rahmen dieser Thematik auch die Schwierigkeiten, auf die ein Lehrer trifft:

> „Es wird ständig versucht, auf die Wichtigkeit der multiplen Lösungsmöglichkeiten hinzuweisen. Es stellt sich jedoch heraus, dass die Schwierigkeit darin liegt, es für Schüler interessant und abwechslungsreich zu gestalten. Schüler begnügen sich oftmals mit einer zur Verfügung stehenden Antwort und verkennen dabei die Wichtigkeit und Notwendigkeit von ergänzenden Lösungswegen.“

Bei Aufgaben, bei denen es nicht nur auf Rechenoperationen, sondern auch auf den Lösungsweg ankommt, erhofft sich M., dass man viel über die Strategien und gedanklichen Ansätze der Schüler erfährt, wie sie strategisch an Aufgaben herangehen und welche Möglichkeiten der mathematischen ‚Werkzeugkiste‘ sie ausnützen.

Im Fragenblock zur *konstruktiven Unterstützung* unterstrichen beide Interviewpartner ihr Bemühen, den Schülern tatkräftig mit Hilfe zur Seite zu stehen. Hier ist es nicht weiter hinderlich oder gar eine Niederlage des Lehrers, dass Fehler gemacht werden, bedeuten doch Fehler in der Erarbeitungsphase einen natürlichen und akzeptablen Prozess, der von Kreativität zeugt. Verständlicherweise sollten sich Fehler im Idealfall in der Kontrollphase (Schularbeiten, Projekte) nicht wiederholen, um zu prüfen, ob aus Fehlern gelernt wurde. Falls dies doch der Fall sein sollte, dass Fehler nicht abgestellt werden können, ist es auch möglich, dass B. dem betreffenden Schüler signalisiert mehr Bemühen seinerseits zu zeigen, um Konsequenzen zu vermeiden.
Fehler und deren Quellen werden im Unterricht von beiden Lehrkräften eingebunden und gemeinsam erarbeitet, indem B. z.B. Schüler im Unterricht aktiv mit einbezieht, sie an der Tafel etwaige Probleme bei der Hausübung oder Fragen, die im Unterricht auftreten bearbeiten und lösen lässt.
Beim Erforschen der mathematischen Schwierigkeiten bei den Schülern legen beide Lehrer großen Wert auf Selbständigkeit der Schüler und begrüßen es sehr, wenn

Lernende an ihren Schwächen arbeiten wollen. Die Problemerforschung der Schüler erfolgt hauptsächlich durch Arbeiten an der Tafel, Hausübungen und schriftlichen Wiederholungen, aber auch durch persönliche Gespräche mit den Schülern.

Im Kapitel ‚Theoretische Grundlagen' wurde im Unterkapitel ‚Lerntheoretische Überzeugungen von Mathematiklehrkräften' bereits beschrieben, welchen Einfluss vor allem behavioristische Überzeugungen auf den Lernerfolg der Schüler haben können.
In dieser Kleinfeldstudie kann zusammenfassend angeführt werden, dass die Überzeugungen der befragten Lehrkräfte in Bezug auf das Lernen und Unterrichten von Mathematik im ersten Block zum Teil in die behavioristische Richtung tendieren, vor allem in Hinblick auf die Lehrperson B., jedoch die Blöcke zur kognitiven Aktivierung und zur konstruktiven Unterstützung stark auf konstruktivistische Überzeugungen hinweisen. Da die befragten Lehrer ihren Unterricht kognitiv-herausfordernd gestalten und konstruktiv-unterstützend vorgehen und keinesfalls fehlervermeidend arbeiten, kann davon ausgegangen werden, dass die lerntheoretischen Überzeugungen dieser Lehrpersonen sich nicht negativ auf den Lernerfolg der Schüler auswirken. Dies kann anhand der Lösungsquote des zweiten Arbeitsblattes im Vergleich zu den restlichen Schülern bestätigt werden und wird im nachfolgenden Diagramm veranschaulicht:

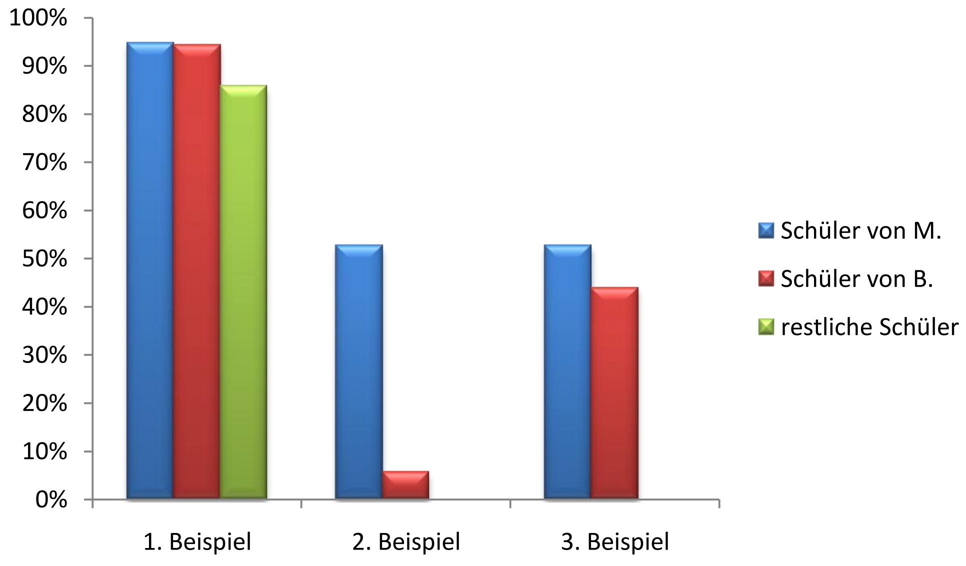


Abbildung 20: Lösungsquote des 2. Arbeitsblattes im Klassenvergleich.

In Bezug auf die zu Beginn dieses Kapitels formulierten Hypothesen kann angemerkt werden, dass bei den Schülern der Lehrkraft M. die Lehrerpersönlichkeit und die damit verbundene Unterrichtstruktur eher nicht als Ursache für die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben zu linearen Gleichungen in Frage kommt. Erstens da diese Klasse die zu lösenden Aufgaben am besten bearbeitet haben und zweitens der Lehrer M. konstruktivistische Lernüberzeugungen vertritt und nach Dubberke et al. (2008) sich behavioristische Überzeugungen negativ auf den Lernerfolg der Schüler auswirken. Bei der Klasse der zweiten befragten Lehrkraft B. könnte unter Umständen die dritte Hypothese (H3) als Ursache in Frage kommen. Die Schüler der Lehrperson B. schneiden bei allen Beispielen, insbesondere beim zweiten Beispiel, wie in Abbildung 22 zu erkennen ist schlechter ab als die Schüler von M. Dies kann möglicherweise daran liegen, dass B. ihren Unterricht im Gegensatz zu M. etwas weniger kognitiv-herausfordernd gestaltet und bei bestimmten Themengebieten eher dazu tendiert behavioristische Überzeugungen zu vertreten. Da in dieser Kleinfeldstudie aber keine Lehrpersonen interviewt wurden, die stark ausgeprägte behavioristische Überzeugungen vertreten, kann die dritte Hypothese hier nicht verifiziert werden.

4.7.2.3 Lehrerinterviewfragen im Speziellen

Bei den speziellen Fragen des Lehrerinterviews wurde noch gezielter auf methodische Aspekte des Mathematikunterrichts vor allem in Bezug auf die Thematik Textaufgaben eingegangen. Es wurde versucht die Methoden, Ziele und Anforderungen der Lehrkräfte gezielt herauszuarbeiten, sowie die notwendigen Kompetenzen und Schwierigkeiten der Schüler im Unterricht bei Textaufgaben zu beleuchten.

Bei der Frage ob in schwachen Klassen Aufgaben gestellt werden, die auf mathematisches Verständnis abzielen, antwortete M., dass

> „die Unterschiede im Leistungsniveau der einzelnen Klassen nicht allzu groß sind, in jeder Klasse gibt es sehr gute Schüler und etwas schwächere. Bei ‚guten', leistungsstarken Klassen wird versucht bei gewissen Aufgaben in eine inhaltliche Tiefe zu gelangen, indem vermehrt Wert darauf gelegt wird, Schritte herzuleiten, mathematische Beweise zu vollziehen oder generell schwierigere, herausfordernde Beispiele zu bearbeiten."

B. war ebenfalls der Meinung, dass dieses Ziel mit Nachdruck zu verfolgen sei, denn falls Schüler nicht gefordert und gefördert werden, sie in eine Lethargie verfallen und ihre Motivation verlieren.

Beim Thema Modellierungsaufgaben verwiesen beide Lehrer auf die Tatsache des begrenzten Zeitrahmens ihres Unterrichts, der es oftmals erfordert Prioritäten zu setzten. Aus diesem Grund werden Modellierungsaufgaben selten bis gar nicht eingesetzt. M. versucht jedoch sie situationsabhängig in allen Schulstufen einzubauen.

In dem vom Computer geprägten Zeitalter, indem wir uns zurzeit befinden, ist die Frage nach dem Computereinsatz im Unterricht nicht von der Hand zu weisen.
Beide Interviewpartner unterstrichen deren Wichtigkeit, speziell im Zusammenhang mit vernetzendem Wissen und interdisziplinären Aufgabenstellungen mit anderen Fachgebieten. Es wird jedoch eher als Begleit- und Kontrollinstrument gesehen, das in komplexen Rechenoperationen als Hilfe zur Seite stehen soll, nicht als Ersatz für Kreativität und mathematische Grundfertigkeiten. Desweiteren wird von den Lehrkräften ein vollständiger Computereinsatz im Unterricht abgelehnt, die Infrastruktur in den Klassen wird bemängelt und es wird betont, dass der Dauereinsatz von Computern die Gefahr birgt, dass Rechentechniken mit der Zeit vernachlässigt werden. Deswegen wird ein gezielter Einsatz im Unterricht von beiden bevorzugt.

Im speziellen Fragenblock zu Textaufgaben werden erforderliche Kompetenzen und Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben erörtert, sowie Lösungsansätze diskutiert.

> „Entscheidend sind die Faktoren des sinnerfassenden Lesens und der Fähigkeit sprachliche Inhalte skizzenhaft darstellen zu können, um speziell Textaufgaben lösen zu können“,

definiert M. die entscheidenden Schritte eines erfolgreichen Lösens von Textaufgaben. M. unterstützt diese Theorie und erweitert sie mit den Kompetenzen des Abstrahierens der Aufgabenstellung und der Fähigkeit Lösungsmodelle zu bilden. Hierbei liegt nach Ansicht der beiden Fachkräfte die Hauptschwierigkeit der Schüler. Das sinnerfassende Lesen, sowie das eigenständige Formulieren von Zielen ist bei einigen Schülern zu wenig ausgeprägt und führt oftmals zum Scheitern bei Textaufgaben. Weiters spielen Faktoren wie Zeitdruck und zunehmende Komplexität bei Beispielen der Oberstufe eine Rolle, die das ablehnende Verhalten der Schüler gegenüber Textaufgaben weiter ausprägt. Um diese Abneigung zu minimieren, zielen beide Lehrpersonen in ihrem Unterricht darauf ab, den Schülern die Scheu vor Textaufgaben zu nehmen, indem sie ihnen zielführende Praktiken, wie das Skizzieren von Sachverhalten und Zusammenhängen näherbringen. Für beide Lehrkräfte ist es wichtig, dass Schüler den Text richtig erfassen und verstehen, wozu auch Fachvokabular und Fremdwörter gehören.

Der Methodeneinsatz bzw. die Einführung des Themas betreibt M. wie folgt:

> „Es wird versucht den Schülern die notwendigen Kompetenzen, ihr ‚Werkzeug‘ zum Lösen von Textaufgaben zu vermitteln und dann davon ausgehend Textaufgaben zu behandeln“.

Es ist hilfreich das Prinzip der kleinen Schritte zu verfolgen, bei dem durch Reihung von Einzelschritten unter Einbeziehen der vorliegenden Sachverhalte ein Ergebnis erarbeitet wird. B. führt aufgrund der Allgegenwertigkeit des Themas Textaufgaben, diesen Abschnitt des Unterrichts gleich ein wie andere Themen, indem B. versucht,

> „die Schüler auf die Wichtigkeit von detailliertem Lesen der Angaben, einem optionalen Anfertigen von Skizzen und Strukturieren des weiteren Vorgehens hinzuweisen. Textaufgaben sind die Anwendung eines Kapitels in einem realen Kontext“.

Hauptaugenmerk ihres Unterrichts soll sein, den Schülern die Bedeutung von verknüpftem Wissen näher zu bringen und durch wiederkehrende Rückschlüsse auf bereits besprochene Themengebiete die Möglichkeit zu bieten, Wissen dauerhaft zu festigen.

Konstruktiver Teil

Entwicklung eines Lernpfades

5 KONSTRUKTIVER TEIL – ENTWICKLUNG EINES LERNPFADES

5.1 Die Bedeutung des Computer und E-learning im Mathematikunterricht

Welche Bedeutung hat der Computer in unseren Schulklassen, was versteht man eigentlich unter e-learning, wie kann man im Mathematikunterricht davon Gebrauch machen und kann der Lernerfolg davon profitieren? Da der im Rahmen dieser Diplomarbeit entwickelte Lernpfad ein interaktives Lernmedium darstellt, sollen im Folgenden diese Fragen behandelt werden, um die Vorteile und Chancen des Computers als Lernmedium zu unterstreichen.

Nach Clark und Mayer (2008) wird *e-learning als* multimediales Lernen definiert, das unter Angabe von Instruktionen auf einem Computer, durch CD-ROM, Internet oder Intranet zur Verfügung gestellt wird.

Folgende Eigenschaften sollen beim multimedialen Lernen erfüllt werden:

- themenrelevante Inhalte zu vorgegebenen Lernzielen
- Instruktionsmethoden wie Übungsbeispiele sollen beim Lernen helfen
- die Inhalte sollen durch Wörter und Bilder verdeutlicht werden
- das Lerntempo sollte individuell angepasst werden können
- neues Wissen und Fähigkeiten sollen durch Erreichen von Lernzielen generiert werden

Diese Eigenschaften beinhalten die 3 Fragen nach dem Wie, dem Was und dem Warum des *elektronischen Lernens* (e-learning).

Was? : Informationen und Inhalte werden durch diverse Techniken und Übungen vermittelt.

Wie? : Kurse werden via Computer durch Texte, Animationen, Bilder oder Videos dem Lernenden nähergebracht.

Warum?: Persönliche Lernziele oder Mindestanforderungen von Instruktoren an den Lernenden sollen mit diesen Lernprogrammen erreicht werden (vgl. Mayer & Clark 2008, S. 10f).

Laut Weigand und Weth (2002, S. 245) steht die Integration des Computers im Unterricht sicherlich noch am Anfang der Entwicklung und dieses Medium spielt gegenwärtig im Unterricht eine noch kaum nennenswerte Rolle. Sie sind aber davon überzeugt, dass der überlegte Einsatz des Computers und im speziellen des Internets den Unterricht bereichern und damit das Lernen fördern kann und stellen acht verschiedene Funktionen des Internets für den Mathematikunterricht vor:
Das Internet als Nachschlagewerk, als Quelle für Unterrichtsmaterialien, als Demonstrationsmedium, als Kommunikationsmedium, als Lernsystem, als Katalysator für Projektarbeit, als Veröffentlichungsmedium und als Unterrichtsmedium (vgl. Weigand et al. 2002, S. 245ff).
Der entwickelte Lernpfad soll an den Funktionen Unterrichtsmaterial, Lernsystem und Unterrichtsmedium angreifen. Grundsätzlich ist der Lernpfad als Lernsystem für Kinder und Jugendliche konzipiert, das selbstständig zu Hause durchgearbeitet werden kann. Es besteht natürlich auch die Möglichkeit für Lehrer diesen Lernpfad in der Schule im Unterricht einzusetzen, um das vorliegende Thema zu üben, zu vertiefen oder zu festigen und den Lernpfad somit als Unterrichtsmedium zu nutzen. Weiters besteht auch die Möglichkeit für Lehrkräfte oder auch Schüler, sich die einzelnen Übungen in Form von Arbeitsblättern auszudrucken, um somit den Auftrag ‚das Internet als Quelle für Unterrichtmaterial‘ zu erfüllen, jedoch entfällt hierbei die Möglichkeit der Nutzung der interaktiven Beispiele.

5.2 Chancen und Risiken des Computereinsatzes im Unterricht

Die Integration des Internets im Unterricht, wie auch Zuhause als Lernhilfe, kann viele Forderungen und Ziele erfüllen. Derartige Möglichkeiten wären neue und sinnvolle methodische Aspekte eröffnen, fachübergreifende Ansätze ermöglichen, Aktualität und Wirklichkeitsnähe herbeiführen, Schüler aktiver und verantwortlicher am Unterrichtsgeschehen beteiligen, Schüler zum selbstständigen Arbeiten anregen, verfügbar machen von Materialien und natürlich als Hilfe bei diversen Problemstellungen.
Schülerorientierte Arbeitsformen wie problemlösender, entdeckender, projektorientierter oder offener Unterricht setzen Selbsttätigkeit sowie Eigenaktivität des Lernenden voraus. Durch derartige Unterrichtsformen werden vielfältige Ziele wie Entwicklung von Selbstständigkeit, kritisches Reflektieren der eigenen Tätigkeit, Motivation durch eigenen Erfolg sowie der Aspekt ‚aus eigenen Fehlern lernen‘ verbunden (vgl. Weigand et al. 2002, S. 33).

Jedoch darf Eigenaktivität und Selbsttätigkeit nicht in zielloses oder unproduktives Hantieren abgleiten. Diese Gefahr ist durch die Geschwindigkeit von neuen Technologien groß, da Schüler durch ein bloßes ‚'Versuch-Irrtum-Verfahren' in einen blinden Aktionismus beim Arbeiten abschweifen können. Neue Dinge zu entdecken setzt systematisches Wissen voraus und daher erscheint Selbsttätigkeit nur als sinnvoll in Wechselbeziehung mit geplant strukturiertem Unterricht (vgl. Weigand et al. 2002, S. 34).

Der Einsatz des Computers bringt somit einerseits viele Chancen mit sich. Wenn Computereinsatz im Mathematikunterricht geplant ist, gilt es andererseits aber auch Risiken und Gefahren zu berücksichtigen. Detaillierter auf diese Thematik gehen Barzel, Hußmann und Leuders (2005, S. 38ff) ein. Ein Beispiel an dieser Stelle dafür wäre, dass durch den Rechner eine Entlastung von Kalkül und Algorithmen stattfindet, dies ermöglicht es wesentlich aufwändigere und komplexere Aufgaben bzw. Rechnungen zu stellen und zu lösen. Nachteil dieser Erleichterung kann aber sein, dass weniger Verständnis für die Funktion dieser Algorithmen gefördert wird und händische Rechenfertigkeiten verloren gehen.

5.3 Der Lernpfad

Ein Lernpfad ist eine Abfolge von einzelnen Lernschritten. Er kann interaktive Materialien enthalten, zur Verwendung von mathematischer Software anregen oder auch Lernschritte enthalten, die ganz normal mit Papier und Stift zu bearbeiten sind (vgl. Dorfmayr 2011). Laut Embacher (2004, S. 4) ist ein Lernpfad die Integration einzelner Lernhilfen zu einem Ganzen und hilft somit Lernprozesse zu organisieren, vor allem wenn sie über längere Zeitspannen erfolgen.
Lernpfade kann man je nach Verwendung in verschiedene Typen einteilen. Lernpfade zur Organisierung von projektorientiertem Unterricht, zur Bereitstellung von Ressourcen, Aufgaben, Begriffsdefinitionen, etc. oder zur Wiederholung von bestimmten Stoffgebieten. Weiters können Lernpfade als Selbstlernmethode oder als Unterstützung von Lehrveranstaltungen und Unterricht eingesetzt werden (vgl. Embacher 2004, S. 10).

5.3.1 Zur Bedeutung von Lernpfaden

Im Folgenden soll nach Embacher (2004, S. 2) der Sinn von Lernpfaden und die damit entstehenden Vorteile genauer erläutert werden. Lernpfade erleichtern selbstgesteuertes Lernen sowie eigenverantwortliches Arbeiten und unterstützen projektartigen und fächerübergreifenden Unterricht in der Schule. Lerninhalte sind durch den Zugang über das Internet immer verfügbar und von überall abrufbar. Der Lernpfad kann längerfristige Lernprozesse und Gedächtnisleistungen, sowie zahlreiche fachliche und fächerübergreifende Kompetenzen unterstützen. Die Arbeit mit Lernpfaden befürwortet Elemente des Fernlernens (genannt: *distance learning*) in Form von Prüfungs- oder Maturavorbereitung, eigenständigem Wiederholen und Üben oder aber auch Nachlernen von Versäumtem. Weiters legen Lernpfade den Lernstoff, die Lernziele, den Schwierigkeitsgrad und die Spielregeln dem Lernenden nahe. Das Arbeiten mit Lernpfaden kann ebenso die Kommunikation zwischen den Lernenden fördern (vgl. Embacher 2004, S. 2).
Oberhuemer (2004, S. 6f) sieht im Einsatz von Lernpfaden dieselben Vorteile und erweitert diese noch mit der relativ einfachen Erweiterbarkeit von Lernpfaden und dem gemeinsamen Rahmen zur Präsentation vielfältiger Ressourcen.

Wie oben bereits erwähnt unterstützt ein Lernpfad allgemeine und fachliche Kompetenzen. Zu den allgemeinen Kompetenzen, deren Ausbildung durch selbstständiges Lernen und insbesondere durch einen sinnvollen Einsatz von Lernpfaden gefördert wird, zählen laut Embacher (2004, S. 3) die Entwicklung einer geeigneten Verstehensebene und die Auseinandersetzung mit der mathematischen Begriffswelt, sowie das Erkennen von Fehlern und Fehlvorstellungen. Außerdem werden die Fähigkeiten, mathematische Vorstellungen unabhängig von Medien, Werkzeugen und Methoden zu entwickeln, mathematische Texte verstehen und zusammenfassen zu können, über Mathematik sprechen zu können, die eigene Tätigkeit zu dokumentieren sowie soziale Kompetenzen durch die Möglichkeit des Arbeitens in wechselnden sozialen Verbänden, wie Einzelarbeit, Partnerarbeit oder Gruppenarbeit gefördert (vgl. Embacher 2004, S. 3).

5.3.2 Zur Gestaltung von Lernpfaden

Embacher (2004, S. 17) schreibt

> „die Gestaltung eines Lernpfades ist der Versuch herauszufinden, was gelernt werden soll und wie es am besten gelernt werden kann".

Dieses Zitat legt bereits nahe, dass man sich vor der Ausformung eines Lernpfades über die wesentlichen Punkte wie Inhalt, Didaktik und Methodik ausreichend Gedanken machen sollte.

Bevor nun die Erstellung eines Lernpfades stattfindet, sollte man also zuerst inhaltliche und organisatorische Vorüberlegungen vornehmen (vgl. MONK 2011):

- Welches Thema eignet sich?
- Welche Lernziele möchte ich erreichen?
- Erfolgt eine Lernzielkontrolle und wie?
- Wie lange soll die Unterrichtsphase mit dem Lernpfad dauern?
- Wie gut müssen die Computerkenntnisse der Schüler sein?
- Existiert bereits ein Lernpfad, der meinen Plänen so gut entspricht, dass ich ihn einbinden kann?
- Soll der Lernpfad öffentlich zugänglich sein oder nur meinen Schülern zur Verfügung stehen?
- Welche Materialien und Programme sollen verwendet werden?

Weiters muss bedacht werden, welche didaktischen Ziele der Lernpfad-Einsatz erfüllen soll. Derartige Ziele können das Erarbeiten von Neuem, das Vertiefen von Bekanntem, Verstehen oder Üben sein. Der Lernpfad kann auch zum Training mathematischer Texte und der Fachsprache oder zur Förderung mathematischer Medienkompetenzen verwendet werden (vgl. MONK 2011).

Wichtig bei der Gestaltung eines Lernpfades ist außerdem: die Klarheit in Aufbau und Aufgabenstellungen, die Trennung von Verpflichtendem und Zusätzlichem, sowie die

Unterteilung längerer Lernpfade in Unterkapitel und die Berücksichtigung unterschiedlichen Lerntempi der Schüler (vgl. MONK 2011).

Dorfmayr (2011) legt bei der Gestaltung eines Lernpfades zusätzlich darauf Wert, dass die Arbeitsaufträge schülergerecht formuliert sind und immer wieder zum Reflektieren und Dokumentieren auffordern und weist auch gleich darauf hin, dass der Lernpfad kein Instrument zur Leistungsbeurteilung bietet, bestenfalls verfügt er über Übungen zur Selbstevaluation.

5.3.3 Erfahrungen mit Lernpfaden

Bisherige Erfahrungen zeigen einen nachhaltigeren, aber nicht schnelleren Wissenserwerb durch die Arbeit mit einem Lernpfad. Allein die Tatsache, dass Unterrichtsmaterialien übersichtlich zusammengestellt und langfristig von überall verfügbar sind, bietet für Schüler einen großen Vorteil. Erfahrungsgemäß werden derartige Angebote durchaus freiwillig und außerhalb der Schulzeit genutzt (vgl. MONK 2011).
Embacher (2004, S. 3) berichtet aus dem Projekt ‚Perspektiven' vom Jahr 2002/03 über die Erfahrungen mit Lernpfaden aus der Sicht der Lehrer und Schüler. Erstere sind der Ansicht, dass selbstgesteuertes und eigenverantwortliches Lernen gut unterstützt wird, die Schüler sich gegenseitig helfen und eine konstruktive Arbeitsatmosphäre herrscht. Bemängelt wird jedoch der erhöhte Arbeitsaufwand für die Lehrkraft im Vorfeld.Schüler empfinden das Arbeiten mit Lernpfaden als interessante und kreative Phase, erwähnen allerdings den höheren Arbeitsaufwand. Die Hauptschwierigkeit für Schüler besteht im Umgang mit der mathematischen Sprache (vgl. Embacher 2004, S. 4).

5.3.4 Das Konzept

Die Frage warum ich mich zur Aufbereitung des Stoffinhaltes für einen Lernpfad entschieden habe, kann dadurch beantwortet werden, dass mit Hilfe des Lernpfades gewährleistet werden kann, jedem Schüler die Möglichkeit zu eröffnen, selbstständig und im individuellen Lerntempo zu arbeiten. Weiters wird für die Umsetzung nicht unbedingt eine Lehrperson benötigt, die die Übungen erklärt, kommentiert und überprüft.

Zu den sozialen Lernformen, die durch den Lernpfad unterstützt werden, ist zu erwähnen, dass in erster Linie das selbstständige Arbeiten gefordert und gefördert wird. Natürlich ist es auch möglich in Partnerarbeit die Beispiele zu lösen und ebenso kann der Lernpfad für Nachhilfe in diesem Stoffgebiet verwendet werden. Weiters kann es als Beispiel-

Sammlung für Schulklassen, oder Eltern betrachtet werden, die zum Üben vor Tests oder Schularbeiten zur Verfügung steht. Durch die unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen kommt es zu einer Differenzierung und folglich zu einer Individualisierung der Schüler in Form des gewählten Lerntempos und der Herausforderungsstufe.

Bei der Arbeitszeit sollte darauf geachtet werden, dass nicht länger als eine Stunde ohne Pause gearbeitet wird, da andernfalls leicht eine Ermüdung und passives Lernverhalten entstehen können.
Der Aufbau in Kapitel und unterschiedliche Schwierigkeitsstufen erlauben es, schrittweise zu arbeiten. Um den gesamten Lernpfad abzuarbeiten, werden in etwa 25 Stunden benötigt, das heißt pro Kapitel 5 Stunden. Die abschließende Wissensüberprüfung ist für eine Zeitspanne von ca. 20 Minuten anberaumt, kann jedoch auch unter Beachtung des eigenen Leistungsniveaus variiert werden.

Als Thematik des Lernpfades wurden in Anlehnung an die untersuchte Aufgabenstellung dieser Arbeit Textaufgaben zu linearen Gleichungen gewählt. Das Gebiet der Äquivalenzumformungen bei Gleichungen wird im Lernpfad kurz wiederholt, um etwaigen Verständnisproblemen vorzubeugen. Hauptaugenmerk liegt aber bei der Lösung von Altersrätseln, Zahlenrätsel, Gleichungen aus der Geometrie, sowie bei Verteilungsaufgaben.

Die Rahmenbedingungen, die technische Umsetzung und der Aufbau des entwickelten Lernpfades werden in den anschließenden Unterkapiteln durch die allgemeinen Informationen zum Lernpfad, seiner Ziele, Voraussetzungen und Anwendungsmöglichkeiten erläutert.
Anschließend kommt die Präsentation der Einstiegsseite, der Begrüßungs- und Informationsseite, der einzelnen Kapitel und der zugehörigen Aufgabenstellungen, die von den Schülern in Eigenregie bearbeitet, gelöst und überprüft werden sollen.
Zur Selbstreflexion des erworbenen Wissens kann im Anschluss an die geübten Beispiele ein Wissenstest durchgeführt werden, der den Schülern ein Feedback ihres Verständnisses und Leistungsniveaus geben soll. Um das breit gefächerte Spektrum an Aufgaben zur Bearbeitung bereitzustellen, wird auf zahlreiche Beispiele aus dem Internet, Schulbüchern der jeweiligen Schulstufe und interaktive Lernmaterialien zurückgegriffen.

Weiters wurde während der Umsetzung des Lernpfades ein pädagogischer Agent entwickelt, der den Schüler bei der aktiven Verwendung des Lernpfades unterstützen, anleiten und vor allem motivieren soll. Der Einsatz von pädagogischen Agenten soll im Folgenden diskutiert werden.

5.3.5 Der Pädagogische Agent

Um beim Lernen mit multimedialen Hilfsmitteln optimalen Erfolg zu erzielen, sollen nach Clark und Mayer (2008) die folgenden sechs Prinzipien der Programmgestaltung befolgt werden:

1. Multimedia-Prinzip
2. Kontiguitätsprinzip
3. Modalitätsprinzip
4. Redundanzprinzip
5. Kohärenzprinzip
6. Personalisierungsprinzip

Der eingesetzte pädagogische Agent kann dabei in die letzte Ebene der Personalisierung eingegliedert werden. Durch persönliche direkte Ansprache des Lerners soll eine vertrauensvolle, familiäre Umgebung geschaffen werden, in der es Spaß macht, Neues zu lernen.

Pädagogische Agenten sind Figuren und Charaktere, die durch Ratschläge und Hilfestellung den Lernenden bei dem erhofften Lernfortschritt unterstützen und leiten sollen. Neben der visuellen Möglichkeit, Agenten in Form von Videos realer Menschen oder animierter Comic-Figuren zu verwenden, ist es außerdem hilfreich akustische Unterstützung und Instruktionen anzubieten (vgl. Mayer & Clark 2008, S. 168).

Studien von Moreno, Mayer, Spires &Lester (2001) und Atkinson (2002) untersuchten den Einfluss des Aussehens und der Stimme der pädagogischen Agenten auf den Lernerfolg während Multimedia-Lerneinheiten. Dabei wurde festgestellt, dass die Anwesenheit von unterstützenden Figuren einen positiven Effekt auf den Lernerfolg hat, egal ob es sich dabei um einen real-wirkenden Agenten oder einen animierten Comic-Charakter handelt. Entscheidend wirkt sich hingegen die Realität und Vertrautheit der Sprache des Agenten auf das positive Umsetzen der Lernziele aus (vgl. Mayer & Clark 2008, S. 170ff).

Bei dem von Markus Kurzböck für diese Diplomarbeit kreierten pädagogischen Agenten, handelt es sich um einen schlauen wissbegierigen Delfin, namens Flip (siehe Abbildung 21). Durch sein vertrauenswürdiges Äußeres und seine neugierige, liebenswürdige Art, erfüllt er die Voraussetzungen für den Aufbau einer persönlichen Zusammenarbeit zwischen Schüler und pädagogischem Agent. Er wirkt durch seine Agilität und Lebensfreude ansteckend auf die Motivation des Lerners und hilft, tröstet oder motiviert ihn in verschiedenen Phasen des Programms. Flip wird in verschiedenen Lernsituationen dargestellt, zum Beispiel Flip mit Schulbuch, Flip an der Tafel uvm. um eine abwechslungsreiche Darstellung zu garantieren.

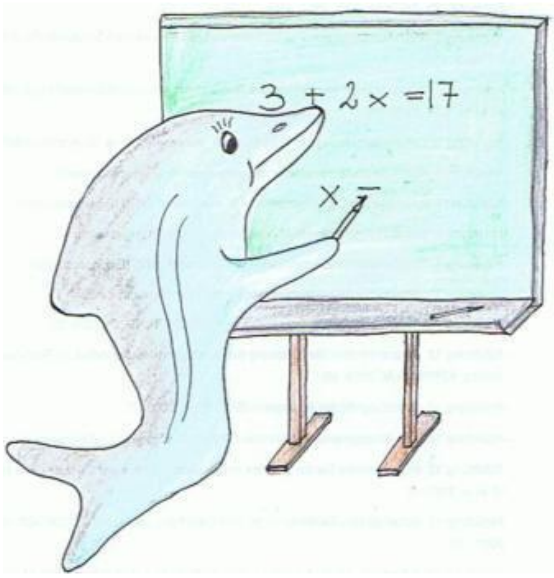


Abbildung 21: Ein Beispiel für Flip, den pädagogische Agenten.

5.4 Rahmenbedingungen

Arbeitsgrundlage aller Lehrenden in Österreich sind die Lehrpläne des Ministeriums für Unterricht und Kultur. Selbiges gilt für die Ausarbeitung eines Lernpfades, wobei im Folgenden auf die Passagen eingegangen wird, die mit der Erstellung des Lernpfades in Einklang gebracht werden können (vgl. Wendtner 2010, S.47).

5.4.1 Lehrplanbezug

Der fachbezogene Lehrplan Mathematik der Unterstufe AHS (BMUKK 2000, S.1) hat produktives geistiges Arbeiten unter Einsatz neuer Technologien und die Vermittlung von mathematischen Können und Wissen sowie das Bilden von mathematischen Modellen als *Bildungs- und Lehraufgabe*. Dadurch soll gewährleistet werden, dass Schüler durch Nutzung grundlegender Fähigkeiten und Kenntnisse ein Einblick in die Gebiete der Mathematik - im Lernpfad liegt das Augenmerk verstärkt auf der elementaren Algebra - ermöglicht wird. Unterrichtsziele in der elementaren Algebra sind

> „Variablen als Mittel zum Beschreiben von Sachverhalten, insbesondere von Gesetzmäßigkeiten und funktionalen Beziehungen, und zum Lösen von Problemen verwenden können; algebraische Ausdrücke und Formeln bzw. Gleichungen umformen können;“ (bm:ukk 2000, S.1).

Im Bezug auf die didaktischen Grundsätze des Lehrplans soll im Lernpfad auf eine Individualisierung der Schüler eingegangen werden und ihre persönlichen Fähigkeiten und Bedürfnisse unterstützt werden. Das Lesen mathematischer Texte, das als Ursache für die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben angenommen wird, soll laut Lehrplan bereits ab der 1. Klasse einbezogen werden, um durch Übung die Hemmschwelle zu senken und das Verständnis auszuprägen. Die Aufgabenstellungen sollen verständlich und exakt formuliert werden. Es soll ohne Zeitdruck gearbeitet werden können und die Schwierigkeit der Aufgaben an das Alter angepasst werden. Abschließend soll auf die Möglichkeit der Nutzung elektronischer Systeme zur Unterstützung moderner Lernformen zurückgegriffen werden (vgl. bm:ukk 2000, S.3f).

Im Kernbereich des Lehrplanes für die Unterstufe in Mathematik erfüllt der Lernpfad im Stoff der 3. Klasse:

> „**Arbeiten mit Variablen**
> (...)
> Formeln in Sachsituationen und in der Geometrie aufstellen können,
> (…)
> Lösen von linearen Gleichungen mit einer Unbekannten“ (bm:ukk 2000, S.8).

5.4.2 Technische und inhaltliche Rahmenbedingungen

Die Umsetzung eines interaktiven Lernpfades zur Förderung von Schülern, die ihre möglichen negativen Einstellungen zu und Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben zu überwinden versuchen, erfordert technische und organisatorische Rahmenbedingungen und Voraussetzungen, die in den folgenden Punkten erläutert werden sollen.
Der Lernpfad eignet sich für alle Schulformen der 7.Schulstufe, da Textaufgaben zu linearen Gleichungen mit einer Variablen als grundlegendes Thema im Lehrplan dieser Schulstufe verankert sind. Die ausgewählten Beispiele, die zur Übung zur Verfügung stehen, können als Übung oder als Hilfe zur Festigung von Wissen angesehen werden, sowie als allgemeine Lernhilfe, da sie aus Schulbüchern und Lernmaterialien der 7.Schulstufe (siehe im Literaturverzeichnis unter Quellen Arbeitsblätter und Lernpfad, siehe S. 106) entnommen wurden. Zur Wiederholung kann er natürlich auch in der 8. Schulstufe verwendet werden.

Zur Nutzung des interaktiven Lernpfades wird ein Internetzugang vorausgesetzt, der durch Web-Browser wie Internet Explorer, Firefox oder Chrome unterstützt wird.

Die Bedienung des Lernpfades erfordert keine besonderen Computerkenntnisse und ist grundlegend selbsterklärend. Von Vorteil wäre es jedoch, wenn der Schüler die Grundfertigkeiten im elementaren Umgang mit dem Computer beherrscht, wie zum Beispiel das Öffnen von Internetseiten, Navigieren auf einer Webseite, Herunterladen von Dateien und Schließen von Anwendungen.
Zum Bearbeiten des Lernpfades sollten die Schüler bereits inhaltliches Vorwissen in der Schule erworben haben, da es sich bei dem Lernpfad um kein Selbstlernprogramm handelt. Im nächsten Schritt soll genauer auf die Lernvoraussetzungen und die Lernziele eingegangen werden.

5.4.3 Lernvoraussetzungen

Bevor eine aktive Bearbeitung des Lernpfades in Angriff genommen werden kann, sollen vorauszusetzende Kompetenzen bei Schülern definiert werden, um ein positives Lernerlebnis zu gewährleisten:

- Der Schüler hat grundlegendes Textverständnis.
- Der Schüler weiß, was Terme sind, und hat Grundkompetenzen im Umgang mit ihnen.
- Der Schüler kennt die Bedeutung eines Platzhalters.
- Der Schüler beherrscht den Umgang mit Variablen und Formeln.
- Der Schüler weiß was Äquivalenzumformungen sind und kann diese anwenden.
- Der Schüler kann einfache Gleichungen durch Einsetzen oder Umkehrüberlegungen lösen.
- Der Schüler kennt die geometrischen Grundbegriffe und Formeln.
  Derartige Grundbegriffe wären: Längen-, Flächen-, Raum- und Hohlmaße, geometrische Formen wie Quadrat, Rechteck, Dreieck, Trapez usw. und die Formeln zur Berechnung von Flächeninhalt, Umfang und Volumen.
- Der Schüler beherrscht die vier Grundrechenarten.
- Der Schüler kennt die Zahlenbereiche der natürlichen, rationalen und ganzen Zahlen und kann mit ihnen arbeiten.

5.4.4 Lehr- und Lernziele

Lehr- und Lernziele beschreiben die Absichten, die eine Lehrkraft mit einem bestimmten Inhalt verfolgt. Diese Absichten formulieren den angestrebten Lerngewinn der Schüler und sind somit das verfolgte Unterrichtsziel. Nachstehend werden die Lehr- und Lernziele des Lernpfads in inhaltliche und allgemeine Lernziele getrennt und aufgelistet, um einen guten Überblick zu gewährleisten.

5.4.4.1 Inhaltliche Lernziele

- Der Schüler kann sich eigenständig und aktiv mit Textaufgaben auseinandersetzen.
- Der Schüler kann Sachverhalte strukturieren und Beziehungen erkennen.
- Der Schüler kann die notwendigen Angaben aus einem sprachlich formulierten Text selbständig filtern und zusammenstellen.
- Der Schüler kann das Ergebnis in Bezug auf den Sachverhalt sinnvoll interpretieren.
- Der Schüler kann aus einem Text heraus die dazu richtige Gleichung erstellen.
- Der Schüler kann Gleichungen bei Zahlenrätsel aufstellen und diese lösen.
- Der Schüler kann Gleichungen bei Verteilungsaufgaben aufstellen und diese lösen.
- Der Schüler kann Gleichungen bei Altersrätsel aufstellen und diese lösen.
- Der Schüler kann Gleichungen bei Textaufgaben aus der Geometrie aufstellen und diese lösen.

5.4.4.2 Allgemeine Lernziele

- Der Schüler kann selbstbestimmtes und selbst organisiertes Handeln tätigen.
- Der Schüler kann mathematische Inhalte selbstständig erarbeiten.
- Der Schüler kann wichtige Informationen filtern und schriftlich festhalten.
- Der Schüler stärkt seine Eigenverantwortung beim Lernprozess.
- Der Schüler kann elektronische Lernhilfen sinnvoll nutzen.
- Der Schüler kann in ungewohnten und neuartigen Situationen Ideen entwickeln.
- Der Schüler kann Zugänge suchen, Lösungsideen entwerfen.
- Der Schüler kann Lösungswege planen und umsetzen, festhalten und vergleichen.
- Der Schüler kann Lösungsstrategien erproben.
- Der Schüler kann Problemstellungen aus verschiedenen Gebieten mit mathematischen Methoden bearbeiten.
- Der Schüler kann das Problem verstehen und es selbst formulieren.
- Der Schüler kann einfache und notwendige Schritte der Aufgabenbearbeitung erkennen.
- Der Schüler kann sich ausdauernd mit dem Problem auseinandersetzen.
- Der Schüler kann sich im Finden von Lösungen flexibel zeigen, nicht in einem eingeschlagenen Lösungsmuster verharren.
- Der Schüler kann den eigenen Lösungsweg dokumentieren (Skizze und Text).
- Der Schüler kann die Lösung überprüfen.

5.5 Technische Umsetzung

Für die Erstellung des Lernpfades wurden die online Plattform ZUM-Wiki und die Software GeoGebra verwendet, welche im Folgenden kurz beschrieben werden. Im Anschluss werden die wichtigsten Teile des Lernpfades vorgestellt und mit Hilfe von Screenshots soll ein Einblick in die Umsetzung gegeben werden.

5.5.1 Programme

5.5.1.1 ZUM-Wiki

> „Das ZUM-Wiki ist ein Teil des Internet-Angebots der Zentrale für Unterrichtsmedien im Internet e.V. (www.zum.de), eines Vereins, dessen Ziel die Nutzbarmachung des Internets als Lern- und Lehrhilfe für alle Schulformen und für außerschulische Bildungsarbeit im deutschsprachigen Raum ist“ (ZUM-Wiki 2011b).

Dazu gehören:

1. „Das Erstellen und Verbreiten von Arbeitsmaterialien für den Unterricht an Schulen und in der Erwachsenenbildung sowie für außerschulische Bildungsarbeit im Internet.
2. Die Zusammenführung von Teilarchiven und die Koordinierung bereits vorhandener Archive.
3. Der Aufbau einer Referentenkartei für die Aufklärungsarbeit vor Ort.
4. Die möglichst flächendeckende Gewinnung von fachspezifischen Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen im deutschsprachigen Raum.
5. Organisation des Erfahrungsaustauschs von Mitarbeitern im deutschsprachigen Raum.
6. Zusammenarbeit und möglichst Koordinierung mit anderen Gruppen und Initiativen mit ähnlicher Zielsetzung im In- und Ausland.
7. Öffentlichkeitsarbeit über Medien und eigene Publikationen.
8. Die Schaffung einer eigenen Infrastruktur für die Arbeit im Netz“ (ZUM 2011a).

Weitere Teilbereiche der Zentrale für Unterrichtsmedien im Internet e.V. sind Wiki-Family, Schach, Clever, ZUM-Classic, ZUM-Unity, DWU-Materialien, uvm… (vgl. ZUM 2011a).

Unter der Internetseite ‚wiki.zum.de‘ findet man die Hauptseite von ZUM-Wiki, einer offenen Plattform für Lehrinhalte und Lernprozesse. Sie dient dem Austausch von Informationen, Erfahrungen und Ideen rund um Unterricht und Schule, weiters stellt ZUM-

Wiki eine Sammlung von Materialien für den Unterricht dar und im Gegensatz zu vielen anderen Internet-Angeboten können hier sämtliche Informationen vom Benutzer ständig aktuell gehalten werden. Außerdem ist hier genügend Raum für den Erfahrungsaustausch und Diskussionen (vgl. ZUM-Wiki 2011b).

Die Plattform ZUM-Wiki wurde gewählt, da es sehr flexibel ist. Die dafür benötigte Programmiersprache ist relativ leicht zu lernen und auf diversen Internetseiten und in der eigenen ‚Wiki-Hilfe' (siehe: http://wiki.zum.de/Hilfe:Bearbeiten) sehr prägnant und anschaulich erklärt. Weiters können interaktive Applets eingebaut werden und Änderungen ohne großen Aufwand vollzogen werden. Andere Benutzer haben die Möglichkeit schnell und bequem über die ‚Diskussion zum Seiteninhalt' den Autor auf Fehler aufmerksam zu machen und Änderungsvorschläge weiterzugeben.

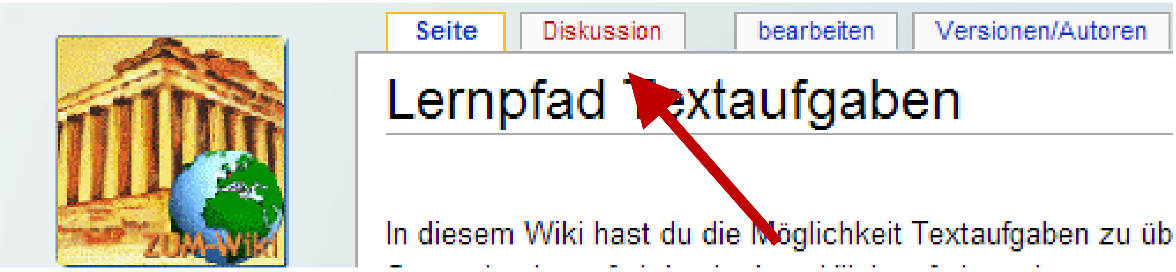


Abbildung 22: Diskussion zum Seiteninhalt auf ZUM-Wiki (Povacz 2011).

Für den *User* offenbart sich ebenfalls ein simples Bedienungsfeld, bei dem den Links folgend, verschiedene Kapitel mit unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen zur Verfügung stehen.

Zur Wiederholung und Festigung des gelernten Stoffes steht ein Wissenstest bereit, der zur Selbstüberprüfung dient. Wer es bevorzugt, auf Papier zu lernen, dem steht die Möglichkeit offen, jede Seite und somit auch die Beispiele mit Hilfe des Buttons ‚Druckversion' zu öffnen und sie anschließend auszudrucken. Dieser Button befindet sich am linken Rand jeder Seite unter dem Punkt ‚Werkzeuge'.

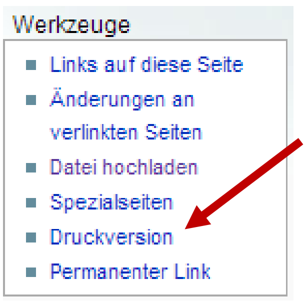


Abbildung 23: Druckversion auf ZUM-Wiki (Povacz 2011).

Hierdurch wird es auch dem Lehrpersonal ermöglicht, die Beispiele im Unterricht zu nutzen und zu kontrollieren, eine Auswahl zu treffen und mit den Schülern ihre Fehler zu reflektieren und aufzuarbeiten.

5.5.1.2 GeoGebra

Um ein paar ausgewählte Beispiele für die Benutzer des Lernpfades attraktiver zu gestalten, wurden mit Hilfe von GeoGebra interaktive Applets erstellt.

> „GeoGebra ist eine kostenlose dynamische Mathematiksoftware, die für Schüler aller Altersklassen geeignet ist und auf allen Betriebssystemen läuft. GeoGebra verbindet Geometrie, Algebra, Tabellen, Zeichnungen, Statistik und Analysis in einem einfach zu bedienenden Softwarepaket, das bereits mehrere Bildungssoftware-Preise in Europa und den USA gewonnen hat“ (GeoGebra 2011).

Mit GeoGebra hat man also ein Werkzeug zur Erstellung von interaktiven Unterrichtsmaterialien mit einer einfach zu bedienenden Benutzeroberfläche und vielen leistungsstarken Funktionen (vgl. GeoGebra 2011).
Vor allem Textaufgaben aus der Geometrie bieten sich für interaktive Applets an. Nachstehendes Beispiel soll den Einsatz eines GeoGebra-Applets im Lernpfad veranschaulichen:

Ein Schilfrohr wächst 2m vom Ufer eines Teichs entfernt. Seine Spitze ragt 1m über die Wasseroberfläche. Zieht man es ans Ufer, so berührt die Spitze gerade den Teichrand. Wie tief ist der Teich an der Stelle wo das Schilf wächst?
(Hinweis: Ziehe die Spitze des Schilfs an den rechten Teichrand und verwende zur Berechnung den Satz von Pythagoras!)

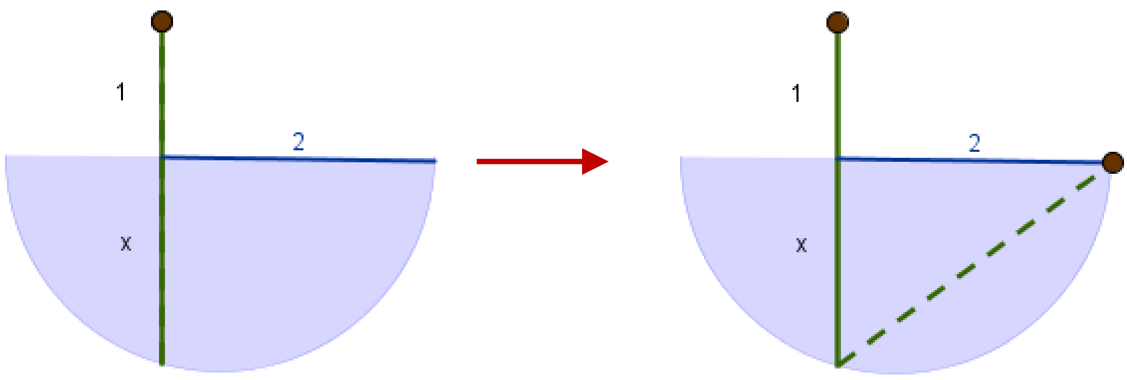


Abbildung 24: Beispiel für ein GeoGebra-Applet im Kapitel 4 (Povacz 2011).

5.5.2 Homepage

Der Lernpfad ist auf der Internetseite ‚http://wiki.zum.de' zu finden. Der Benutzer muss lediglich auf der linken Seite in das ‚Suche'-Feld ‚Lernpfad Textaufgaben' eingeben und kommt dann direkt zur Startseite.

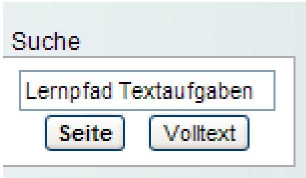


Abbildung 25: Suchfeld auf der ZUM-Wiki-Seite (ZUM-Wiki 2011).

Der Lernpfad ist dann in eine Einstiegphase, eine Arbeitsphase und eine Schlussphase eingeteilt. Während Neulinge mit dem Einstieg in den Lernpfad beginnen, können User, die schon einmal mit dem Lernpfad gearbeitet haben, gleich in den Hauptteil, die Arbeitsphase, einsteigen und zum Abschluss gibt es einen Wissenstest. Die nachfolgenden Seiten sollen dem Leser mit Hilfe von Ausschnitten einen Einblick in den Lernpfad geben und gleichzeitig den Aufbau und die technische Umsetzung aufzeigen.

5.6 Startseite

Auf der Startseite wird die Thematik des Lernpfades kurz dargestellt und der Start des Lernpfades einleitend erklärt. Es gibt zwei Optionen für die Anwender, mit dem Lernpfad zu beginnen. Einerseits kann ein Neueinsteiger durch einen Klick auf den Link ‚ich bin zum ersten Mal hier' eine Seite öffnen, die ihm eine allgemeine Erklärung des Lernpfades offenbart und ihm hilft durch das System problemlos zu navigieren. Andererseits kann ein User, der bereits Erfahrungen mit dem Lernpfad gemacht hat, einen direkten Einstieg zur ‚Kapitelübersicht' ohne weitere Erläuterungen wählen, der es ihm ermöglicht ohne große Umwege Beispiele zu behandeln und zu lösen.

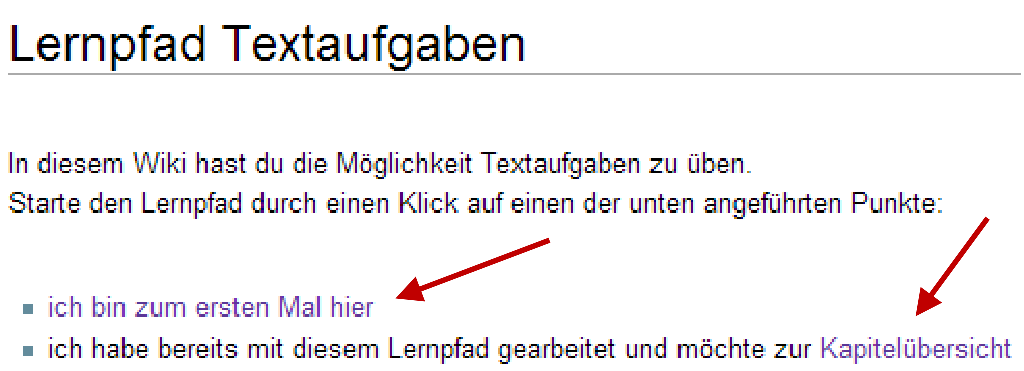


Abbildung 26: Startseite des Lernpfades (Povacz 2011).

5.7 Begrüßungsseite

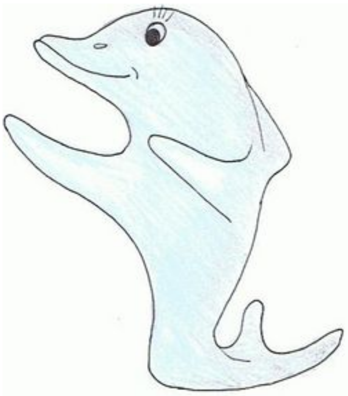
Auf der Begrüßungsseite wird der Comic-Delphin Flip vorgestellt, der den Schülern bei ihren Aufgaben im Lernpfad hilfreich zur Seite stehen soll und sie begleiten wird. Zu Beginn wird kurz auf fehlendes Selbstbewusstsein der Lernenden beim Lösen von Textaufgaben eingegangen und versucht mit gezielter Motivation diesem Phänomen entgegen zu wirken, um vorab ein angenehmes Lernklima zu schaffen. Danach wird durch einen Mausklick am blau unterlegten Link ‚Informationsseite' das Programm gestartet und mit Flip in das *Meer des Wissens* eingetaucht.

Hallo!

Geht es dir genauso wie mir, bekommst du auch Gänsehaut, wenn du nur an Textaufgaben denkst?

Oder hast du schon einmal daran gedacht beim Anblick einer Textaufgabe vor Verzweiflung den Stift in die Ecke zu schmeißen?

Diese Zeiten sind nun vorbei! Du und ich werden das Problem gemeinsam am Schopf packen und durch etwas Übung wahre Meister im Lösen von Textaufgaben werden.



Ich bin übrigens Flip und werde dir im Laufe deiner Übungseinheiten helfend zur Seite stehen.

Auf unserem gemeinsamen Weg begegnen wir verschiedenen Aufgabentypen und unterschiedlich schwierigen Aufgaben. Dabei wirst du lernen, dass man zum Lösen von Aufgaben verschiedene Werkzeuge einsetzen kann, wie Erkennen von Signalwörtern, Lösungspläne, Tabellen und Zerlegung in Teilaufgaben.

Hier gehts los: Informationsseite

Abbildung 27: Begrüßungsseite des Lernpfades (Povacz 2011).

5.8 Informationsseite

Details über den Stoff, die Anforderungen und den Aufbau des Lernpfades erhalten die Schüler auf der Informationsseite. Hier werden im Groben die einzelnen Kapitel und die Schwierigkeitsstufen erläutert, sowie auf die Möglichkeit eines abschließenden Wissenstest hingewiesen. Zum Überprüfen der Ergebnisse wird auf der Informationsseite der Lösungs-Knopf angesprochen, der dem Schüler helfen kann seine eigenen Ergebnisse mit der richtigen Lösung abzugleichen und so aus seinen möglichen Fehlern zu lernen.

Abschließend werden noch Hinweise zur Arbeit mit dem Lernpfad gegeben, wie zur Dauer der Lerneinheiten und hilfreiche Tipps zur Verbesserung der eigenen Leistungsfähigkeit.

Informationsseite

Die Textaufgaben dieses Lernpfades stammen aus dem Bereich lineare Gleichungen mit einer Variablen und sind aus dem Stoff der 7. Schulstufe.

Der Lernpfad ist in 5 Kapitel eingeteilt. Das erste Kapitel ist eine Wiederholung zum Lösen von Gleichungen. Dieses sollst du auf jeden Fall zu Beginn durcharbeiten. Die restlichen Kapitel kannst du in beliebiger Reihenfolge durchmachen. Jedes einzelne Kapitel ist in drei Schwierigkeitsstufen unterteilt. Steige in allen Kapiteln zum Experten auf und mache zum Abschluss des Lernpfades den Wissenstest.

Hast du ein Beispiel gelöst, kannst du mit Hilfe der **Lösung** herausfinden, ob deine Antwort richtig ist. Falls dies nicht der Fall ist, steck den Kopf nicht in den Sand, sondern probier es gleich noch mal.

Merke:

Hier noch ein Hinweis zur Arbeit mit dem Lernpfad:
Übe nicht länger als eine Stunde, dafür aber regelmäßig!
Schreibe dir die gelb markierten Merke-Kästchen als Merkstoff in dein Übungsheft!

zur Kapitelübersicht

Abbildung 28: Informationsseite des Lernpfades (Povacz 2011).

5.9 Kapitelübersichtsseite

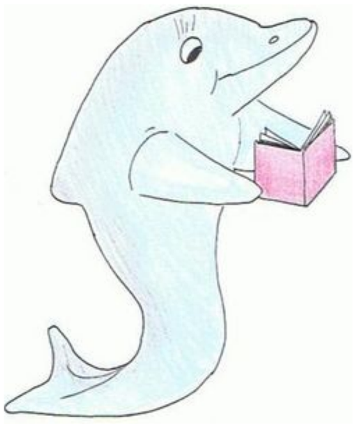
Auf der Kapitelübersichtsseite sind die fortführenden Kapitel des Lernpfades durch Hyperlinks verknüpft. Diese sind neben einer Wiederholung zur Lösung von Gleichungen, Zahlenrätseln, Altersrätseln, Beispielen aus der Geometrie, auch Verteilungsaufgaben. Vor der Kapitelauflistung werden noch allgemeine Hinweise zum Lösen von Textaufgaben erläutert. Dabei handelt es sich vor allem um den Ratschlag, dass der wichtigste Schritt beim Lösen von Textaufgaben im Verständnis der Aufgabe liegt. Es ist essentiell, die Zusammenhänge der Angabe zu finden und das Ziel der Problemstellung zu eruieren. Dabei gibt es diverse Hilfsmöglichkeiten, wie das Unterstreichen oder Hervorheben von wichtigen Aspekten oder das Erstellen einer kurzen Zusammenfassung. Erst nachdem alle Fragen beseitigt worden sind, kann über einen Lösungsweg nachgedacht werden und ein Gleichungssystem aufgestellt werden.

Kapitelübersicht

Allgemeine Hinweise zum Lösen von Textaufgaben

Die Lösung jeder Textaufgabe beginnt bereits beim Lesen des Aufgabentextes. Hast du den Text nicht verstanden, wirst du die Aufgabe nicht lösen können. Hier einige Tipps zur Förderung des Textverständnisses:

- Lies dir den Text gründlich und wenn nötig mehrmals durch.
- Achte auf wichtige Angaben. Unterstreiche diese und lasse überflüssige Angaben weg.
- Du kannst zur Hilfe eine Kurzfassung der Aufgabe formulieren.
- Überlege dir, wonach bei dieser Aufgabe gefragt wird.
- Beginne das eigentliche Lösen der Aufgabe mit dem Herausschreiben des Gesuchten und des Gegebenen.



Nun liegt das Hauptproblem darin den richtigen Ansatz zu finden. Häufig führen Textaufgaben zu linearen Gleichungen mit einer Variablen, die man häufig mit x bezeichnet. Zur Wiederholung derartiger Gleichungen beginne nun mit dem ersten Kapitel.

Kapitel 1: Wiederholung Gleichungen lösen

Kapitel 2: Zahlenrätsel

Kapitel 3: Altersrätsel

Kapitel 4: aus der Geometrie

Kapitel 5: Verteilungsaufgaben

Zum Schluss: Wissenstest

Abbildung 29: Kapitelübersichtsseite des Lernpfades (Povacz 2011).

Exemplarisch soll nun auf das Kapitel ‚Altersrätsel' des Lernpfades detaillierter eingegangen werden. Anschließend werden noch ein paar interaktive Beispiele aufgezeigt.

5.10 Kapitel

Das Kapitel ‚Altersrätsel' ist ähnlich wie die anderen Kapitel aufgegliedert und soll beispielhaft für die zur Bearbeitung verfügbaren Kapitel beschrieben werden.
Einführend wird auf die Tradition des Kapitels in verschiedenen Kulturkreisen der Erde eingegangen. Anschließend hat der Benutzer die Wahl mit einem Klick sich ein Anschauungsbeispiel, das in jedem Kapitel vorhanden ist, anzeigen zu lassen. Das Anschauungsbeispiel zeigt einen möglichen Lösungsweg zur positiven Absolvierung der Herausforderung auf. Es soll dem Schüler die Möglichkeit eröffnen, sich noch einmal ein vorgerechnetes Beispiel anzusehen und Anregungen für die nachstehenden Beispiele zu holen.

Kapitel 3: Altersrätsel

Altersrätsel haben schon eine lange Tradition. Schon bei den alten Griechen im 3. Jahrhundert nach Christus kann man sie finden. Beim Lösen von Altersrätsel ist es wichtig darauf zu achten, dass du zwischen den einzelnen Zeitpunkten unterscheidest. Oft wird das Alter der Personen nämlich von verschiedenen Zeitpunkten aus betrachtet.

Anschauungsbeispiel anzeigen

Abbildung 30: Verstecktes Anschauungsbeispiel (Povacz 2011).

Anschließend folgt in jedem Kapitel in einem ‚Merke'-Feld eine Auflistung der einzelnen Problemlösungsschritte, die ein allgemein anwendbares Schema, eine Art Rezept, darstellen soll. Für Schüler ist es wichtig Strukturen und Methoden für die Bewältigung von Aufgaben parat zu haben, an denen sie sich orientieren können. Der Schüler erhält die Anweisung das ‚Merke'-Feld als Merktext in sein Übungsheft zu übertragen.

Merke

Schritt für Schritt
1. Lies den Text aufmerksam durch und unterstreiche die wichtigen Informationen.
2. Trage die Übersetzungen in eine Tabelle ein. Bezeichne das Alter der jüngeren Person mit x.
3. Stelle die Beziehungsgleichung auf und löse sie.
4. Überprüfe das Ergebnis am Text.
5. Formuliere einen Antwortsatz.

Abbildung 31: Merktext (Povacz 2011).

Im Anschluss an den Merktext stehen Beispiele zu der jeweiligen Thematik mit unterschiedlicher Schwierigkeit zur Verfügung, die sie ausgehend von Anfängern, über fortgeschrittene Anwender, zu Experten auf dem ausgewählten Gebiet ausbilden sollen.
Um es dem Schüler zu erleichtern, schnell an die für ihn passenden Beispiele zu kommen, folgt nach dem Merktext ein Inhaltsverzeichnis, in dem die unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen der Übungsbeispiele aufgelistet sind.

Inhaltsverzeichnis [Verbergen]

1 Anfänger
2 Fortgeschrittene
3 Experten

Abbildung 32: Inhaltsverzeichnis (Povacz 2011).

5.11 Interaktive Übungen aus dem Lernpfad

Im erstellten Lernpfad zu Textaufgaben mit linearen Gleichungen wurden zur Auflockerung der Beispiele verschiedene interaktive Übungen eingebaut. Mit Ausnahme der interaktiven GeoGebra-Applets, die im Unterabschnitt ‚Verwendete Programme' schon beschrieben wurden, handelt es sich bei allen anderen Beispielarten, um Übungen, die im ZUM-Wiki bereits implementiert sind und von jedem Benutzer genutzt werden können. Für die Verwendung dieser Übungen in selbst erstellten Seiten stehen im ZUM-Wiki Bearbeitungshilfen (ZUM-Wiki 2011c) bereit.

Für diesen Lernpfad wurden neben versteckten Lösungen, Auswahlübungen, Zuordnungsübungen und Lückentextübungen verwendet, die nachfolgend kurz beschrieben werden. Diese Vorgehensweise dient nicht nur zur Motivation der Schüler, sondern auch dazu Lösungen für die Beispiele zur Verfügung zu stellen.

5.11.1 Auswahlübung

Unter Auswahlübungen versteht man Multiple Choice- oder Single Choice-Übungen, bei denen die Schüler aus mehreren Antwortmöglichkeiten durch Anklicken eine Lösung oder auch mehrere Lösungen auswählen müssen.

Abbildung 33 zeigt eine Auswahlübung, bei der eine Antwortmöglichkeit richtig und anzukreuzen ist. Nach der Auswahl durch Anklicken des quadratischen Kästchens kann der Benutzer seine Lösung überprüfen.

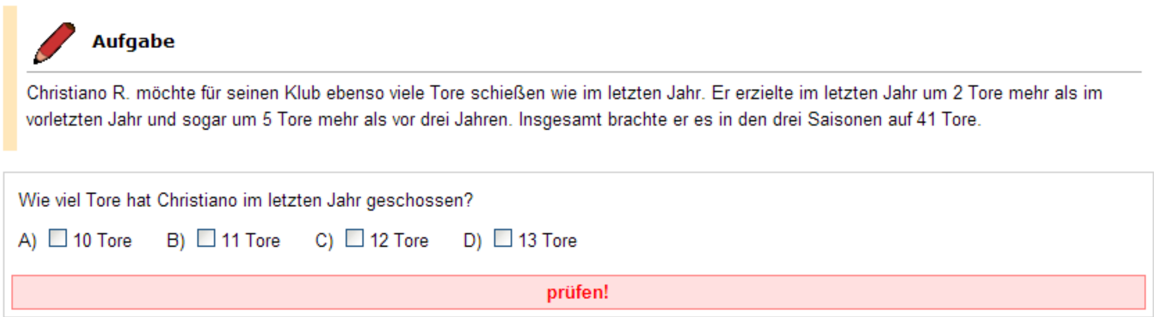


Abbildung 33: Auswahlübung, 1. Art (Povacz 2011).

Die interaktive Übung zeigt automatisch nach der Überprüfung an, ob das Beispiel richtig oder falsch gelöst wurde. In Abbildung 34 sieht man das Ergebnis nach einer Überprüfung der Auswahlübung.

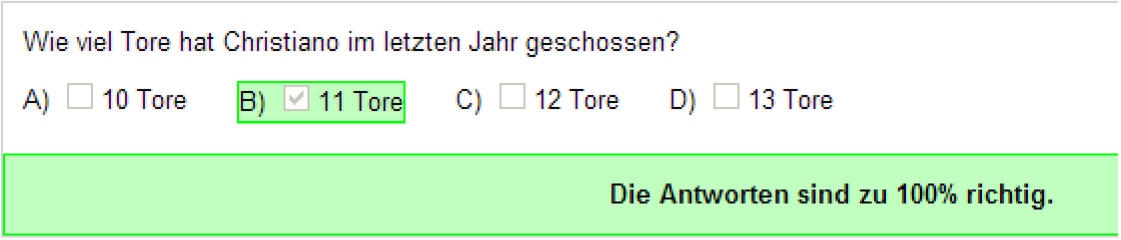


Abbildung 34: Auswahlübung auf Richtigkeit überprüfen (Povacz 2011).

Es wurden alle Beispiele im Lernpfad mit Lösungen ausgestattet. Jegliche interaktiven Übungen verfügen im ZUM-Wiki automatisch über einen ‚Korrektur'- oder ‚prüfen!'-Button. Die restlichen Beispiele besitzen eine versteckte Lösung, die durch einen Klick das richtige Ergebnis zeigt.

Abbildung 35 zeigt eine weitere Möglichkeit für eine Auswahlübung.

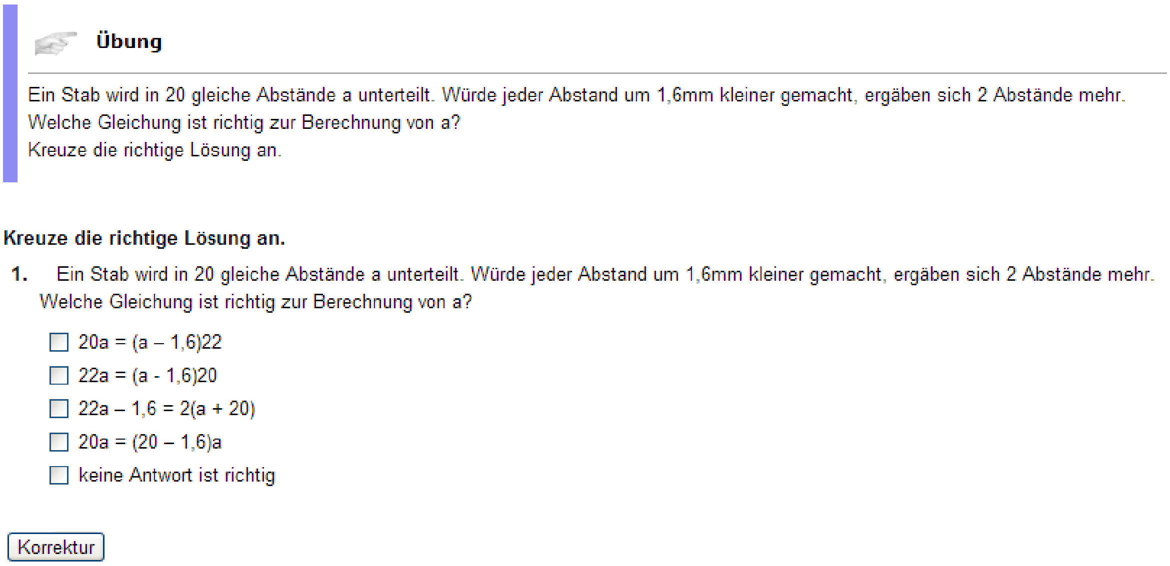


Abbildung 35: Auswahlübung, 2. Art (Povacz 2011).

5.11.2 Zuordnungsübung

Bei den Zuordnungsübungen handelt es sich um Beispiele bei denen der Lernende durch sogenanntes ‚Drag & Drop‘ oder ‚Ziehen und Fallenlassen‘ die passenden Antworten zu den Fragestellungen zuordnen muss. Hat man alle Antworten zugewiesen, kann die Übung überprüft werden, dabei bleiben die richtigen Lösungen bestehen und die falsch zugefügten Antworten nehmen ihren Ausgangspunkt wieder ein und müssen erneut zugeordnet werden.
Abbildung 36 zeigt die Ausgangssituation und Abbildung 37 eine zum Teil richtig gelöste Übung:

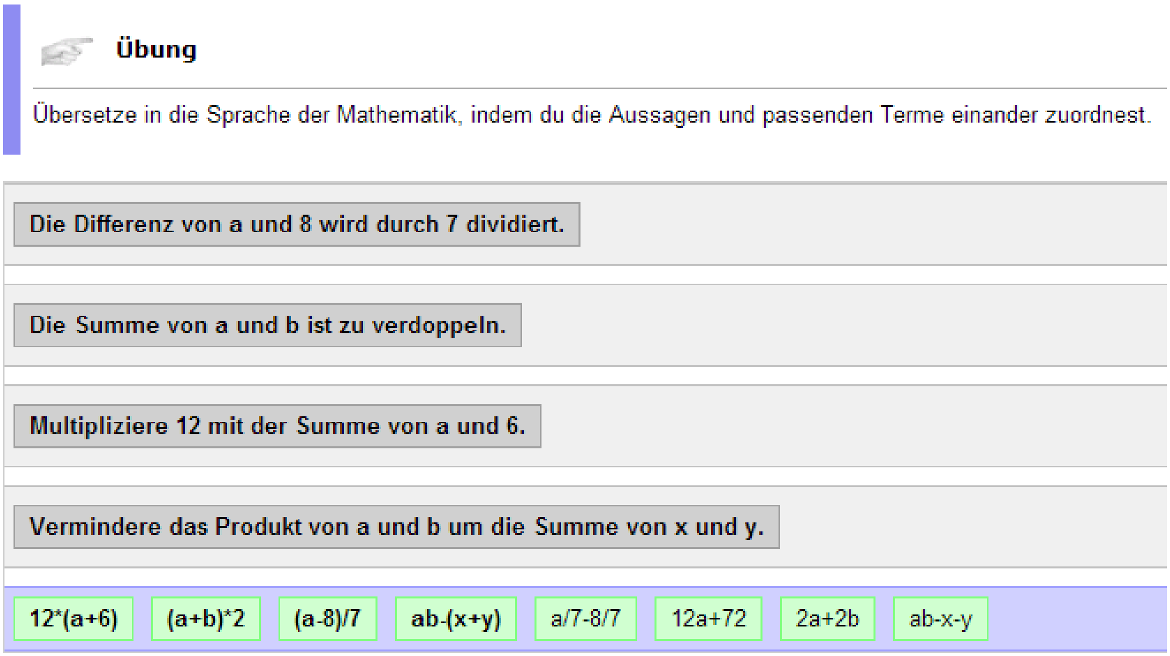


Abbildung 36: Zuordnungsübung (Povacz 2011).

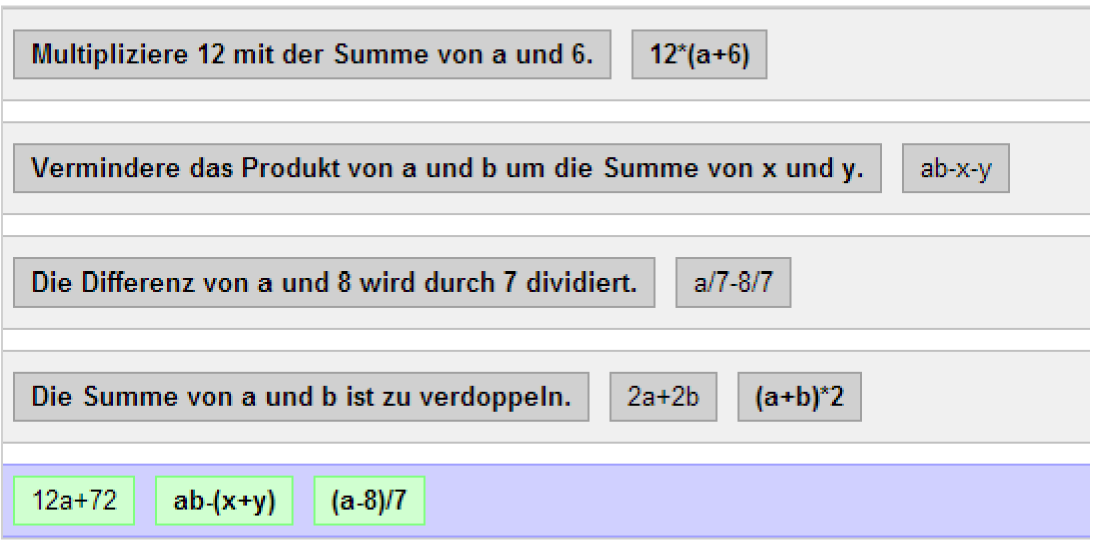


Abbildung 37: zum Teil gelöste Zuordnungsübung (Povacz 2011).

5.11.3 Lückentextübung

Herkömmliche Lückentexte eignen sich nicht sehr für Beispiele aus der Mathematik, da in die Lücken einzelne Wörter oder Zahlen eingefügt werden sollen und somit schwer Rechnungen oder Rechenschritte darzustellen sind. Des Weiteren müssen in die Lücken genau vorgegebene Lösungswörter bzw. –zahlen eingesetzt werden, um später bei der Überprüfung als richtig erkannt zu werden.

Die Lückentexte wurden daher so gestaltet, dass die Lücke das Ergebnis der Antwort ist und deshalb nur eine ganz bestimmte Zahl eingefügt werden kann.

Abbildung 38 zeigt eine Lückentextübung, bei der die Ergebnisse der Textaufgabe als Zahlen in die Antwort einzusetzen sind:

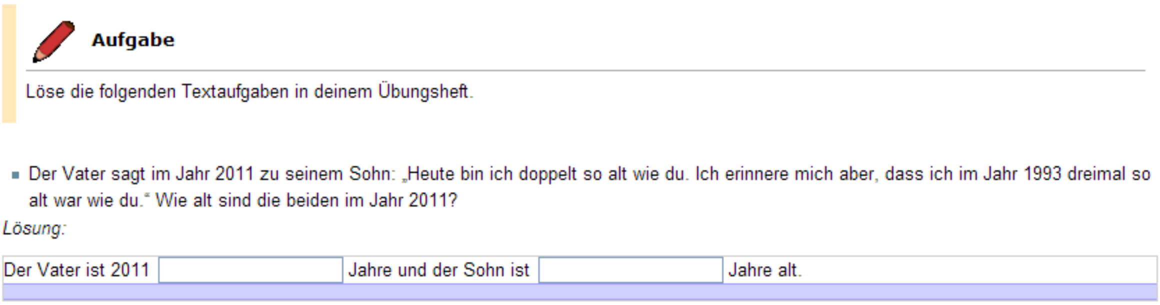


Abbildung 38: Lückentextübung (Povacz 2011).

5.12 Wissenstest

Zum Schluss des Lernpfades gibt es für den Lernenden noch einen Wissenstest zur Selbstevaluation. Der Schüler soll hiermit die Möglichkeit erhalten ein positives Gefühl nach Abschluss des Lernpfades mitzunehmen. Die Aufgaben im Wissenstest sind ident mit den Übungen aus dem zweiten Arbeitsblatt, da diese Aufgaben alle aus Mathematikschulbüchern stammen und sich somit am schulische Leistungsniveau anlehnen, eignen sie sich als Orientierung für den momentanen Leistungsstand des Schülers.

6 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, die Schwierigkeiten von Schülern der 8. Schulstufe beim Lösen von Textaufgaben bei linearen Gleichungen zu analysieren und die Ursachen der Schwierigkeiten wie Vorwissen und Intelligenz, Art der Lernaufgaben und die Auswirkung der Lehrerpersönlichkeit aufzudecken. Ausgehend von einer Evaluierung der Probleme sollten Möglichkeiten geklärt werden, die vorliegenden Schwierigkeiten der Schüler durch Abänderung der sprachlichen und numerischen Ebene der Aufgaben zu reduzieren. Weiters wurde im Zuge der Diplomarbeit als Hilfestellung für die Schüler ein interaktiver Lernpfad zum Thema ‚Textaufgaben zu linearen Gleichungen' entwickelt und technisch realisiert.

Für die Projektabwicklung wurde eine Kleinfeldstudie durchgeführt, bei deren Umsetzung Arbeitsblätter von den teilnehmenden Schülern ausgewählter Klassen auszuarbeiten waren. Das erste Arbeitsblatt beinhaltete einfache Textaufgaben, die zur Überprüfung des nötigen Vorwissens für das Lösen von komplexeren Aufgaben herangezogen wurden. Hierbei stellte sich heraus, dass die Schüler die Aufgabenstellung nicht im Detail lesen und dadurch Probleme in der exakten Lösung der Aufgaben entstehen können. Grundsätzlich verfügten aber alle teilnehmenden Schüler über das nötige Vorwissen für die nachfolgenden Arbeitsblätter.
Anschließend wurden den Schülern in einem zweiten Arbeitsblatt Beispiele aus Schulbüchern der 7. Schulstufe zur Bearbeitung vorgelegt. Bei der Lösung dieser Beispiele traten die größten Schwierigkeiten und Fehler auf.
Einige Schüler haben Schwierigkeiten beim Aufstellen von Gleichungen, da es ihnen nicht gelingt, auf methodisches Wissen zum Modellieren von Gleichungen zurückzugreifen. Deshalb wurde meist ein falscher Ansatz zum Lösen von Gleichungen gewählt, der nicht zu einem Ergebnis führte. Falls der Bildungsprozess von Gleichungen richtig vollzogen wurde, kommt es oftmals zu Umformungsschwierigkeiten oder zu Flüchtigkeitsfehlern wie falschem Abschreiben von Zahlenwerten. Schlussfolgernd kann angenommen werden, dass die Schwierigkeiten in erster Linie nicht algorithmisch bedingt sind, sondern im fehlenden Verständnis der Modellierungsprozesse liegen.
Nachfolgend wurde den Schülern ein drittes Arbeitsblatt ausgehändigt, indem eine Adaptierung der Beispiele auf numerischer bzw. sprachlicher Ebene durchgeführt wurde. Hierbei wurde ersichtlich, dass sämtliche Fehler beim Lösen der Aufgaben des dritten Arbeitsblattes auch schon beim zweiten Arbeitsblatt aufgetaucht sind. Grundsätzlich konnte jedoch durch die Abänderung der Aufgaben eine Verbesserung in Form einer höheren Lösbarkeit der Textaufgaben verzeichnet werden.

Letzter Punkt der Untersuchung war die Durchführung von Lehrerinterviews. Diese sollten Aufschluss geben, inwieweit die Lehrerpersönlichkeit einen Einfluss auf den Lernerfolg der Schüler hat. Zusammenfassend kann in dieser Kleinfeldstudie davon ausgegangen werden, dass sich die lerntheoretischen Überzeugungen der befragten Lehrpersonen nicht negativ auf den Lernerfolg der Schüler auswirken, da die Lehrer unter anderem ihren Unterricht kognitiv-herausfordernd gestalten, konstruktiv-unterstützend vorgehen und keinesfalls fehlervermeidend arbeiten. Folglich wird angenommen, dass bei den von mir getesteten Schülern die Lehrpersönlichkeit und die damit verbundene Unterrichtsstruktur eher nicht als Ursache für die Schwierigkeiten beim Lösen von Textaufgaben zu linearen Gleichungen in Frage kommen.
Der zur Unterstützung der Schüler konzipierte Lernpfad beinhaltet fünf unterschiedliche Themenbereiche für Schüler der 8. Schulstufe. Jedes Kapitel beinhaltet einen theoretischen Input sowie Aufgaben aus drei Schwierigkeitsstufen. Diese Beispielsammlung soll einerseits Schülern eigenständiges Lernen erlauben, andererseits Lehrern und Eltern als Plattform mit Übungsmaterial dienen, das interaktiv erarbeitet werden kann.

Zum Schluss soll an dieser Stelle noch ein Ausblick auf mögliche Handlungsperspektiven aus der Untersuchung gegeben werden. Um die Thematik detaillierter betrachten zu können und mehr Ergebnisse zu generieren, könnte an die geleistete Arbeit angeknüpft werden und eine Studie in größerem Rahmen durchgeführt werden. Hierfür wäre es erstrebenswert, eine größere Anzahl an Schülern in die Untersuchung einzubinden und noch mehr Feedback von Lehrpersonen einzuholen. Zielführend wäre ebenfalls eine Evaluierung des Lernpfades, die Aufschluss über die Effizienz und Bedienfreundlichkeit der angebotenen Materialien geben würde.

.

7 LITERATURVERZEICHNIS

Atteslander, P. (2003). Methoden der empirischen Sozialforschung. 10. Auflage. Berlin: Walter de Gruyter GmbH & Co. KG.

bm:ukk (2011a). Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur – Bildungsstandards.
http://www.bmukk.gv.at/schulen/bo/rg/bildungsstandards.xml
[Zugriff am 8.1.2011]

bm:ukk (2011b). Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur - Lehrplan Mathematik Unterstufe.
http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf
[Zugriff am 12.11.2010]

Baruk, St. (1989). Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik. Basel: Birkhäuser Verlag.

Barzel, B. & Hußmann, St. & Leuders, T. (2005). Computer, Internet & Co. im Mathematik-Unterricht. Berlin: Cornelson Scriptor.

Baumann, J. & Pfeil, J. (2008). Modellieren im Mathematikunterricht.
http://www.mathematik.hu-berlin.de/~filler/lv_ph/sem-begabfoerd/Vortrag-Modellierung-Baumann-Pfeil.pdf
[Zugriff am 8.1.2011]

Bergmann, H. & Bergmann, K. & Bergmann, U. (1993). Training Mathematik – Textaufgaben. 3. Auflage. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

bifie (2011). Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens
http://www.bifie.at/bildungsstandards
[Zugriff am 8.1.2011]

Bildungsoption (2011).
http://www.bildungsoptionen.de/mbil2.htm
[Zugriff am 8.1.2011]

Blum, W. (2006). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. In A. Büchter et al. (Hrsg.), Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis (S. 8-23). Hildesheim: Franzbecker.

Blum, W. & Drüke-Noe, Ch., Hartung, R. & Köller, O. (Hrsg.) (2010). Bildungsstandards Mathematik: konkret – Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelson Scriptor.

Bredenkamp, K. & Bredenkamp, J. (1978). Was ist Lernen? In: F.E. Weinert, C.F. Graumann, H. Heckhausen, M. Hofer u.a. (Hrsg.). Funkkolleg Pädagogische Psychologie 2 (S. 605 – 630). Frankfurt: Fischer.

Bromme, R. (1997). Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In Enzyklopädie der Psychologie, Serie I Pädagogische Psychologie, Band 3 Psychologie des Unterrichts und der Schule, Kapitel 4 (S. 177-212). Göttingen: Hogrefe.

Büchter, A. & Leuders, T. (2005). Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. 4. Auflage. Berlin: Cornelson Scriptor.

Dorfmayr, A. (2011). Lernpfade.
http://www.dorfmayr.org/index.php?id=51
[Zugriff am 16.11.2010]

Dubberke, T. & Kunter, M. & Mc Elvany, N. & Brunner, M. & Baumert, J. (2008). Lerntheoretische Überzeugungen von Mathematiklehrkräften – Einflüsse auf die Unterrichtsgestaltung und den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 22 (3-4), 193-206. Bern: Verlag Hans Huber.

Edelmann, W. (2000). Lernpsychologie. 6. Auflage. Weinheim: Beltz PVU.

Embacher, F. (2004). Lernpfade – Wege zu selbstgesteuertem Lernen.
http://www.mathe-online.at/monk/TU26.2.2004/
[Zugriff am 16.11.2010]

Erber, G. & Ottenschläger, J. & Schlöglhofer, F. & Vormayr, D. (2001). Zum Beispiel Mathematik 3. Linz: Veritas-Verlag.

Gagné, R. M. (1969). Die Bedingungen des menschlichen Lernens. 2. Auflage. Hannover: Hermann Schroedel Verlag.

GeoGebra (2011).
http://www.geogebra.org/cms/de/info
[Zugriff am 4.4.2011]

Greefrath, G. (2006). Modellieren lernen mit offenen realitätsbezogenen Aufgaben. Köln: Aulis Verlag Deubner.

Greefrath, G. (2010). Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe. Heidelberg: Spektrum.

Heugl, H. & Peschek, W. (2007). Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe. Version 4/07. Institut für Didaktik der Mathematik – Österreichisches Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik – Fakultät für interdisziplinäre Forschung und Fortbildung Alpen-Adria-Universität Klagenfurt (Hrsg.).
http://www.bifie.at/sites/default/files/publikationen/2007-05-09_BIST-M8.pdf
[Zugriff am 8.1.2011]

Hinrichs, G. (2008). Modellierung im Mathematikunterricht. Heidelberg: Spektrum.

Kindinger, D. & Lind, D. (2005). Didaktik des Sachrechnens. Vorlesung im Sommersemester 2005. Bergische Universität Wuppertal.
http://www2.math.uni-wuppertal.de/~lind/Sachskript2005.pdf
[Zugriff am 30. 11. 2010]

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2008). Einführung in die Mathematikdidaktik. 3. Auflage. Heidelberg: Spektrum.

Leuders, T. (2001). Qualität im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelson Scriptor.

Maaß, K. (2004). Mathematisches Modellieren im Unterricht – Ergebnisse einer empirischen Studie. Hildesheim: Franzbecker.

Malle, G. (1993). Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig: Vieweg.

Mayer, R. E. & Clark, R. C. (2008). e-Learning and the Science of Instruction. Proven Guidelines for Consumers and Designers of Multimedia Learning. Second Edition. San Francisco: Pfeiffer/Wiley.

Meyer, H. (2009). Merkmale guter Lehrer: empirisch gewendet oder bildungstheoretisch gewichtet. Oldenburg.

Mietzel, G. (1998). Pädagogische Psychologie des Lernens und Lehrens. 5. Auflage. Göttingen: Hogrefe.

Mietzel, G. (2007). Pädagogische Psychologie des Lernens und Lehrens. 8. Auflage. Göttingen: Hogrefe.

MONK – mathe online network. (2011). Didaktik der Lernpfade.
http://www.mathe-online.at/monk/workshops/didaktikLernpfade.html
[Zugriff am 16.11.2010]

Müller-Philipp, S. (2010). Wie alt ist der Kapitän?
http://wwwmath.uni-muenster.de/u/susanne.mueller-philipp/pdf/SachrechnenKap.5,5.3-5.4.pdf
[Zugriff am 12.11.2010]

Müller-Philipp, S. (2010). Aufgabentypen.
http://wwwmath.uni-muenster.de/u/susanne.mueller-philipp/pdf/SachrechnenKap.5,5.1-5.2.pdf
[Zugriff am 12.11.2010]

Oberhuemer, P. (2004). Open Studio und Lernpfade – Einführung in das praktische Arbeiten.
http://www.mathe-online.at/monk/TU26.2.2004/
[Zugriff am 16.11.2010]

Peterson, P.L. & Fennema, E. & Carpenter, T.P. & Loef, M. (1989). Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics. School Effectiveness and School Improvement, 6. (S. 1-40).

Plassmann, A. & Schmitt, G. (2007). Lern-Psychologie. Essen: Universität Duisburg-Essen.
http://www.uni-due.de/edit/lp/kognitiv/kognitiv.htm
[Zugriff am 14. 03. 2011]

Polya, G. (1995). Schule des Denkens: Vom Lösen mathematischer Probleme. Tübingen: Francke Verlag.

Povacz (2011)
http://wiki.zum.de/Lernpfad_Textaufgaben
[Zugriff am 4.4.2011]

Renkl, A. & Stern, E. (1994). Die Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen und schulischen Lerngelegenheiten für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 8 (1), 27-39. Bern: Verlag Hans Huber.

Reusser, K. (1989). Vom Text zur Situation zur Gleichung – Kognitive Simulation von Sprachverständnis und Mathematisierung beim Lösen von Textaufgaben. Habilitationsschrift, Universität Bern.

Reusser, K. (1992). Kognitive Modellierung von Text-, Situations- und mathematischem Verständnis beim Lösen von Textaufgaben. In K. Reiss, M. Reiss & H. Spandl (Hrsg.), Maschinelles Lernen. Modellierung von Lernen mit Maschinen (S. 225-249). Berlin: Springer Verlag.

Reusser, K. (1993). Wenn Simon den Garten giesst, zerbricht sich Stefan den Kopf. Wie Schülerinnen und Schüler mit Hilfe eines Computerprogramms mathematische Textaufgaben lösen. Horizonte, 18(September), 6-7. Publikationsorgan des Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung.

Reusser, K. (1997). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Literaturüberblick. In F. E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), Entwicklung im Grundschulalter (S. 141-155). Weinheim: Beltz/Psychologie Verlags Union.

Schratz, M. & Weiser, B. (2002). Dimensionen für die Entwicklung der Qualität von Unterricht.
http://www.uibk.ac.at/ils/publikationen/qualitaetsdimensionen.pdf
[Zugriff am 17.11.2010]

Siller, H. S. (2008). Bildungsstandards im Fach Mathematik – Das mathematische Kompetenzmodell – Eine (kompakte) Handreichung für Lehrer/innen. Salzburg.
http://schule.salzburg.at/e3pi/ahs/ahshandreichungen/Bildungsstandards_in_Mathematik_V2.pdf
[Zugriff am 8.1.2011]

Sommer, M. & Arendasy, M. & Glück, J. (2004). Mathematisches Denken bei Zweitklässlern: Werden unterschiedlich schwierige Textaufgaben unterschiedlich verarbeitet? In Psychologie in Erziehung und Unterricht 51 (1. Quartal), 99-112. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Stangl, W. (2011a).
http://arbeitsblaetter.stangl-taller.at/LERNEN/Behaviorismus.shtml
[Zugriff am 5.1.2011]

Stangl, W. (2011b).
http://arbeitsblaetter.stangl-taller.at/LERNEN/LerntheorienKonstruktive.shtml
[Zugriff am 5.1.2011]

Stangl, W. (2011c).
http://arbeitsblaetter.stangl-taller.at/KOGNITIVEENTWICKLUNG/PiagetmodellStufen.shtml
[Zugriff am 11.2.2011]

Staub, F. C. & Stern, E. (2002). The nature of teachers' pedagogical content beliefs matters for students' achievement gains: Quasi-experimental evidence from elementary mathematics. Journal of Educational Psychology, 94, 344-355.

Stebler, R. & Reusser, K. & Pauli, C. (1994). Interaktive Lehr-Lern-Umgebungen: Didaktische Arrangements im Dienste des gründlichen Verstehens. In K. Reusser & M. Reusser-Weyeneth (Hrsg.), Verstehen. Psychologischer Prozess und didaktische Aufgabe (S. 227-259). Bern: Huber.

Stepancik, E. (2004). mathe online network – monk. Didaktik der Lernpfade.
http://www.mathe-online.at/monk/TU26.2.2004/
[Zugriff am 16.11.2010]

Stern, E. (1997). Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In Enzyklopädie der Psychologie, Serie I Pädagogische Psychologie, Band 3 Psychologie des Unterrichts und der Schule, Kapitel 10, (S. 397-426). Göttingen: Hogrefe.

Stern, E. (2003). Früh übt sich – Neuere Ergebnisse aus der LOGIK-Studie zum Lösen mathematischer Textaufgaben.
http://www.ifvll.ethz.ch/people/sterne/Fueh_uebt_sich_2003.pdf
[Zugriff am 13. 1. 2011]

Strehl, R. (1979). Grundprobleme des Sachrechnens. Freiburg: Herder.

Suchman, R. (1962). The elementary school training program in scientific inquiry. University of Illinois.

Weigand, H. & Weth, T. (2002). Computer im Mathematikunterricht – Neue Wege zu alten Zielen. Heidelberg: Spektrum.

Weinert, F. E. & Graumann, C. F. & Heckhausen, H. & Hofer, M. u.a. (1974). Funkkolleg Pädagogische Psychologie 2. Frankfurt: Fischer.

Wendtner, Th. (2010). Selbstgesteuertes Lernen im Mathematikunterricht am Beispiel Termrechnung - Entwicklung eines Lernpfades mit Einsatz neuer Medien. Diplomarbeit, Universität Wien.

Wikipedia (2011a).
http://de.wikipedia.org/wiki/Algebra
[Zugriff am 5.1.2011]

Winter, H. (1992). Sachrechnen in der Grundschule. Frankfurt/M.: Cornelson Scriptor.

ZUM (2011a).
http://www.zum.de/ZUM/vorstand.html

[Zugriff am 4.4.2011]

ZUM-Wiki (2011a). Hauptseite.
http://wiki.zum.de/Hauptseite
[Zugriff am 5.4.2011]

ZUM-Wiki (2011b).
http://wiki.zum.de/ZUM-Wiki:%C3%9Cber_ZUM-Wiki
[Zugriff am 4.4.2011]

ZUM-Wiki (2011c). Interaktive Übungen.
http://wiki.zum.de/Interaktive_Übungen
[Zugriff am 4.4.2011]

7.1 Quellen Arbeitsblätter und Lernpfad

Achleitner, R. & Ratzberger-Klampfer, A. & Weikinger, M. (2007). ganz klar - Mathematik 3. Wien: Jugend & Volk.

Bergmann, H. & Bergmann, K. & Bergmann, U. (1993). Training Mathematik – Textaufgaben. 3. Auflage. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

Boxhofer, E. & Huber, F. & Lischka, U. & Panhuber, B. (2008). mathematix 3. Linz: Veritas-Verlag.

Büchter, A. & Leuders, T. (2005). Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. 4. Auflage. Berlin: Cornelson Scriptor.

Erber, G. & Ottenschläger, J. & Schlöglhofer, F. & Vormayr, D. (2001). Zum Beispiel Mathematik 3. Linz: Veritas-Verlag.

Keller-Ressel, M. & Sidlo, E.-M. & Wintner, H. (2005). Blickpunkt Mathematik 3. Wien: öbv.

Lewisch, I. (2007). Mehr als 1x1 - Anspruchsvolle Aufgaben für die 3. Klasse AHS / HS. Linz: Veritas-Verlag.

Reichel, H.-Ch. & Litschauer, D. & Groß, H. (2001). Das ist Mathematik 3. Wien: öbv&hpt.

Textgleichungen (2011).
http://fraengg.ch/downloads/21.textgleichungen.pdf
[Zugriff am 13.11.2010]

Kapitel 5 – Verteilungsaufgaben. (2011). Bild von Dagobert Duck.
http://www.google.at/imgres?imgurl=http://www.ariva.de/forum/anonymize/http://www.rp-online.de/layout/showbilder/7993-afp_dagobert_auf_geldsack.jpg&imgrefurl=http://www.ariva.de/RWE_t255527&usg=__r3UJ6WGK1cJlHGkNXCr3PShpoio=&h=300&w=253&sz=18&hl=de&start=0&sig2=bUZeDNDywzjOZ6reDb3PHQ&zoom=1&tbnid=C0p4sfSy3F1aFM:&tbnh=151&tbnw=127&ei=1cciTdy9HIWU4Abwz7SGAg&prev=/images%3Fq%3DGeldsack%26hl%3Dde%26biw%3D1024%26bih%3D442%26gbv%3D2%26tbs%3Disch:1&itbs=1&iact=hc&vpx=379&vpy=71&dur=692&hovh=232&hovw=195&tx=97&ty=169&oei=j8ciTePXKMes8gO79ZSHBw&esq=20&page=1&ndsp=9&ved=1t:429,r:1,s:0

Comic am Arbeitsblatt zu den prototypischen Aufgaben (2011).
http://www.tippy.de/gfx/tippy-suess.jpg
[Zugriff am 27.09. 2010]

8 ABBILDUNGSVERZEICHNIS

9 ANHANG

9.1 Arbeitsblatt mit prototypischen Aufgaben

Lies dir die Aufgabe gründlich durch.
Überlege dir den Lösungsweg und stelle eine Gleichung auf.
Führe die Rechnung durch und schreibe einen Antwortsatz.

Du hast für die Lösung des Arbeitsblattes **13 Minuten** Zeit.

A) Alexandra hat 4 Chicken-Nuggets verspeist. Stefan hat die restlichen 5 gegessen. Wie viele Chicken-Nuggets waren in der Packung?

B) Michael und Fritz haben zusammen 12 Pokale. Fritz gehören 7 Pokale.
Wie viele Pokale hat Michael?

C) Claudia hat bereits 7 Detektivbücher. Zum Geburtstag bekommt sie von ihrer Familie noch 3 weitere. Wie viele Bücher hat Claudia jetzt?

D) Susi hatte 6 Sommerkleider. Dann gab sie ihrer Cousine einige, die ihr nicht mehr passten. Jetzt hat Susi nur mehr 2. Wie viele Kleider hat sie ihrer Cousine gegeben?

E) Am Anfang hatte Jasmin einige Farbstifte. Dann gab sie Julian 3 Stifte. Jetzt hat Jasmin noch 8 Farbstifte. Wie viele Stifte hatte sie am Anfang?

F) Mario hat 4 Geschwister. Lena hat nur eine Schwester.
Wie viele Geschwister hat Lena weniger wie Mario?

G) Nico hat 3 Tore in der letzten Saison geschossen. Daniel hat 4 Tore mehr erzielt als Nico.
Wie viele Tore hat Daniel geschossen?

H) Maxi gehören 9 Computerspiele. Er hat 3 Spiele mehr als Peter.
Wie viele Computerspiele hat Peter?

I) Nina hat 7 Barbiepuppen. Tanja hat nur 3 Barbies.
Wie viele Puppen muss Nina Tanja schenken damit sie gleich viele Puppen haben?

9.2 Arbeitsblatt mit Schulbuchaufgaben

Lies dir die Aufgabe gründlich durch.

Überlege dir den Lösungsweg und stelle eine Gleichung auf.

Führe die Rechnung durch und schreibe einen Antwortsatz.

A) Multipliziert man eine Zahl mit 12, so ist das Ergebnis um 22 größer als 50.
Wie lautet die Zahl?

B) Bei einem Fußballspiel kostet ein Sitzplatz 15,20 €, ein Stehplatz 8,10 €. Für ein Meisterschaftsspiel werden um 8 000 Stehplätze weniger als Sitzplätze verkauft. Die Gesamteinnahmen betragen 238 100 €.
Wie viele Steh- und Sitzplatzkarten wurden ausgegeben?

C) Die Cowboys Tom und Bill besitzen quadratische Weidegründe für ihre Pferde. Da das Grundstück von Bill eine um 7,8 m längere Seite hat, steht ihm eine um 1 152,84 m² größere Weidefläche zur Verfügung als Tom. Kannst du die Größe jedes Grundstücks berechnen?
Hinweis: Zeichne dir eine Skizze!

9.3 Arbeitsblatt mit veränderter Zahlenebene

Lies dir die Aufgabe gründlich durch.
Überlege dir den Lösungsweg und stelle eine Gleichung auf.
Führe die Rechnung durch und schreibe einen Antwortsatz.

A) Verdoppelt man eine Zahl, so ist das Ergebnis um 8 kleiner als 48.
Wie lautet die Zahl?

B) Bei einem Rockkonzert kostet ein Sitzplatz 40 €, ein Stehplatz 20 €. In der ausverkauften Konzerthalle gibt es um 12 000 Stehplätze mehr als Sitzplätze. Die Gesamteinnahmen betragen 480 000 €. Wie viele Steh- und Sitzplatzkarten wurden ausgegeben?

C) Der Landwirt Felber besitzt zwei quadratische Getreidefelder. Eines der Felder hat eine um 10 m längere Seite und dadurch eine um 1500 m² größere Fläche. Kannst du die Größe jedes Feldes berechnen?
Hinweis: Zeichne dir eine Skizze!

9.4 Arbeitsblatt mit veränderter Sprachebene

Lies dir die Aufgabe gründlich durch.
Überlege dir den Lösungsweg und stelle eine Gleichung auf.
Führe die Rechnung durch und schreibe einen Antwortsatz.

A) Vermindert man das 12fache einer Zahl um 22, so erhält man 50.
Wie lautet die Zahl?

B) Eine CD kostet 15,20 €, ein Buch kostet 8,10 €. Es werden x Bücher verkauft und um 8000 mehr CDs. Die Gesamteinnahmen betragen 238 100 €.
Wie viele Bücher bzw. CDs wurden verkauft?

C) Das Quadrat mit Seitenlänge x ist um 1152,84 cm² kleiner als ein Quadrat mit einer um 7,8 cm längeren Seite. Kannst du die Größe der Quadrate berechnen?
Hinweis: Zeichne dir eine Skizze!

9.5 Lehrerinterviewfragen

Lehrerinterview

1. **zur Lehrperson:**

Geschlecht:

Unterrichtsfächer:

Dienstjahre:

Inhaltliche Schwerpunkte:

Folgende Interviewfragen sind in Anlehnung an Dubberke et al. (2008, S. 197) gestaltet.

2. **Lerntheoretische Überzeugungen der Lehrkraft:**

Ich stimme als Lehrkraft diesen Aussagen zu oder nicht zu. Warum stimme ich zu bzw. nicht zu?

- Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.
- Bei Aufgaben mit mehreren Lösungswegen ist es meistens sicherer, sich auf das Üben eines einzigen Weges zu beschränken.
- Am vorgerechneten Beispiel lernen die Schüler am besten.
- Der effizienteste Lösungsweg einer Aufgabenklasse sollte durch Üben eingeschliffen werden.

3. **Unterstützt die Lehrkraft kognitive Aktivierung?**

Bei der Lösung von Beispielen (vor allem Textaufgaben) achte ich als Lehrkraft darauf, dass die Schüler:

- Arbeitsschritte begründen. Häufigkeit?
- verschiedene Lösungswege vorstellen. Häufigkeit?
- Aufgaben erhalten, bei denen es nicht nur aufs rechnen, sondern auch auf den Lösungsweg ankommt. Häufigkeit?

(nach Hintergründen fragen, warum tue ich das als Lehrkraft, was erhoffe ich mir davon?)

4. **Leistet die Lehrkraft konstruktive Unterstützung?**

- Wie stehen Sie als Lehrkraft zu Fehlern die Schüler machen? (Anregungen: Fehler sind nicht schlimm, sondern notwendig, Fehler kann man analysieren, Signal um Stoff noch einmal zu wiederholen, ….)

- Versuchen Sie die Fehler zu korrigieren indem sie in der Stunde aufgegriffen werden?
- Erforschen Sie wo die Probleme der Schüler liegen? Wie?

(vgl. Dubberke et al. 2008, S. 197)

5. Spezielle Interviewfragen zum Thema Textaufgaben:

- Stellen Sie auch in schwachen Klassen Aufgaben, die auf mathematisches Verständnis abzielen.
- Wie stehen Sie zu Computereinsatz im Unterricht?

- Woran glauben Sie scheitern Schüler beim Lösen von Textaufgaben?
- Welche Kompetenzen benötigt ein Schüler zum Lösen von Textaufgaben?
- Wie fördern Sie diese Kompetenzen in Ihrem Unterricht?

- Wie behandeln Sie das Thema Textaufgaben im Unterricht? Methodeneinsatz? Wie führt die Lehrkraft Gleichungen ein? Werden Textaufgaben didaktisch aufbereitet? (Direkter Einstieg, anschauliche Bsp., werden Modellierungsstrukturen vorgegeben)
- Vermitteln Sie besondere Techniken für die Herangehensweise an Textaufgaben? Wird der Lösungsansatz veranschaulicht? Weisen Sie Schüler darauf hin, dass man den Text aufmerksam lesen muss?